

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
HY200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΕΡΓΑΣΙΑ 1: Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα.

(Ημερομηνία Παράδοσης: Κυριακή 10 Απριλίου 2005, (Ώρα: 23:55))

(Η παράδοση της εργασίας θα γίνει μέσα από την σελίδα του μαθήματος στο eClass.)

Avgerinakis Konstantinos (koafgeri)

ΑΕΜ 310 - ΑΜ 1703039

- ΑΣΚΗΣΗ 1. α)** Καλέστε την `lu_run` για να κάνετε παραγοντοποίηση με την `lu`, και την `\` για να λύσετε τα τριγωνικά συστήματα που προκύπτουν, αν το αρχικό προέρχεται από $n_x = 3, n_y = 10, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$.
- β)** Όμοια για $n_x = 10, n_y = 3, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$.
- γ)** Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$.
- δ)** Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 100, c_2 = 0, c = 0$.
- ε)** Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 0, c_2 = 100, c = 0$.
- στ)** Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 100$.

Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Paratirome oti to $n_x=3$ kai to $n_y=10$ kai to $n_x=10$ kai $n_y=3$ parousiazoun megalitero sfalma ap'oti kathe $n_x=5$ kai $n_y=5$ pragma logiko afou oi protoi pinakes einai 30×30 eno oi deuteroi 25×25 . Epiis mporoume na doume pos otan se idious pinakes p.x.(a,b periptosi) to $n_x > n_y$ to sfalma einai megalitero. Metaksi ton pinakon 25×25 ($n_x=5, n_y=5$) otan exoume $c_1, c_2=100$ to sfalma einai mikrotero otan $c_1, c_2=0$ eno otan ginete to $c=100$ to sfalma einai megalitero ap'oti otan $c=0$. O xronos paratirome pos einai poli mikros (sxedon 0) kai etsi den mporoume na kanoume sigriseis metaksi ton periptoseon.

- ΑΣΚΗΣΗ 2. α)** Όμοια για $n_x = 10, n_y = 10, c_1 = 0, c_2 = 0$ και $c = 0$.

β) Όμοια για $n_x = 20, n_y = 20, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

γ) Όμοια για $n_x = 30, n_y = 30, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

δ) Όμοια για $n_x = 40, n_y = 40, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

ε) Όμοια για $n_x = 50, n_y = 50, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Paratirome oti kathos auksanetai to n_x kai to n_y xreiazetai perissoteros xronos gia na ginei i lisi tou sistimatos, logiko afou s'enan 100×100 exeis ligotera sistimata na liseis ap'oti s'enan pinaka 400×400 . (Omoios auksanetai kai to sfalma). Epiis paratirome pos, gia ton idio pinaka p.x. ($n_x, n_y=10$), otan valoume $c=100$ xreiazetai ligoteros xronos ap'oti otan $c=0$, alla exoume megalitero sfalma, stin lisi tou sistimatos.

ΑΣΚΗΣΗ 3. Δοκιμάστε να λύσετε τα τελευταία 5 συστήματα, της άσκησης 2, χρησιμοποιώντας την βασική ιδιότητα του A , ότι είναι αραιός. Μελετήστε την συνάρτηση `sparse` του Matlab και χρησιμοποιείστε

την για μετατρέψετε και να αποθηκεύσετε τον A σε αραιή μορφή. Επαναλάβετε τις εντολές για τη λύση του συστήματος, μόνο που τώρα θα χρησιμοποιήσετε την `luinc` αντί της `lu` μέσα από την `luinc_run`. Τι παρατηρείτε ως προς το χρόνο εκτέλεσης;

APANTISI:H sparse diagrafei diagrafei midenika stoixeia etsi oste o epeksergastis na xreiazetai ligotero xrono gia na lisi to sistima, alla na xanei elaxista ston ipologismo tou sfalmatos(elaxista megalitero ap'oti tis lu).Sxetika me tin luinc anamesa idion pinakon p.x(nx,ny=10 100x100) otan c=100 o xronos pou xreiazetai einai mikroteros ap'oti otan c=0 alla to sfalma einai megalitero.I luinc den einai epanaliptiki methodos opote xreiazete mia mono epanalipsi gia na lisi to sistima.

ΑΣΚΗΣΗ 4. Χρησιμοποιώντας πάλι την ιδιότητα του A , ότι είναι αραιός, καλέστε τη `jacobi`, η οποία θα υλοποιεί την επαναληπτική μέθοδο Jacobi, μέσα από την `jacobi_run`.

Δοκιμάστε να λύσετε τα τελευταία 5 συστήματα από την άσκηση 2. Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης και πλήθος επαναλήψεων;

APANTISI:H jacobi linei epanaliptika to sistima kai prospathei na prosegisei tin lisi (i lisi exei dothei kalitera ap'oles ap'tin lu) oso kalitera mporei me ton tipo $(Dx(k+1) = (L+U)x(k) + b)$. Ap'tin stigmi pou i $sol - solu < e$ tote i diadikasia stamataei.Profanos i jacobi kanei ligotero xrono alla kai megalitero sfalma se sxesi me tin lu.Sxetika me tin idia tin jacobi,se idio pinaka p.x(nx,ny=10) gia c=0 kanei oses epanalipseis tou exoume orisei os megisto(nx*ny=100), pragma pou deixnei pos i lisi tou sistimatos einai mallon makria ap'tin pragmatiki lisi tou sistimatos,dikaiologontas kai ton megalo xrono pou kanei o epeksergastis. Antitheta otan c=100 to sistima xreiazetai ligoteres epanalipseis ap'to max,pragma pou deixnei pos einai poli konta stin pragmatiki lisi.To sfalma profanos einai mikrotero gia c=100 ap'oti c=0 kai o xronos fisiologika mikroteros.

ΑΣΚΗΣΗ 5. Τροποποιήστε την `jacobi.m` ώστε να υλοποιήσετε την επαναληπτική μέθοδο Gauss-Seidel μέσα στην `gs.m` την οποία θα καλέσετε κλασσικά μέσα από την `gs_run`.

Δοκιμάστε να λύσετε τα ίδια τελευταία 5 συστήματα. Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης και πλήθος επαναλήψεων;

APANTISI:H Gauss-Seidel einai paromoia me tin Jacobi alla diaferei mono sto simeio tis lisis tou sistimatos($(DL)x(k+1) = Ux(k) + b$)me apotelesma na kanei elafros perissotero xrono alla na einai pio konta stin lisi ap'oti i jacobi.Sxetika me tin idia tin G-S,gia idio pinaka p.x(nx,ny=10 100x100), gia c=100 exoume mikrotero xrono, ligoteres epanalipseis kai mikrotero sfalma ap'oti c=0.Aksioprosekto einai to oti stin jacobi gia c=0 i methodos se kamia periptosi den prosegizei para poli tin lisi($< e$) stin G-S gia megales times ftanei konta stin lisi.

ΑΣΚΗΣΗ 6. Καλέστε την `cg.m` μέσα από την `cg_run` για να χρησιμοποιήσετε την μέθοδο Συζηγών Κλίσεων(Conjugate Gradients) στην επίλυση των γραμμικών συστημάτων.

Δοκιμάστε να λύσετε τα ίδια τελευταία 5 συστήματα. Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης και πλήθος επαναλήψεων;

APANTISI:H C-G einai i pio grigori alla kai pio apotelesma epanaliptiki metodos ap'oles.Kai dinetai

ap'ton parakato algorithmo:

<pre> Αρχικοποίηση: $x_0 = 0 \Rightarrow r_0 = b - Ax_0$ Λύσε: $D\tilde{r}_0 = r_0 \Rightarrow p_0 = \tilde{r}_0$ for $k = 0, \dots$ $\alpha_k = \frac{(\tilde{r}_k, r_k)}{(p_k, Ap_k)}$ $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$ $r_{k+1} = r_k - \alpha_k Ap_k$ $D\tilde{r}_{k+1} = r_{k+1}$ if $(r_{k+1}, r_{k+1}) \leq \epsilon$ return $\beta_k = \frac{(\tilde{r}_{k+1}, r_{k+1})}{(\tilde{r}_k, r_k)}$ $p_{k+1} = \tilde{r}_{k+1} + \beta_k p_k$ end </pre>	}	Μέθοδος Συζηγών Κλίσεων.
--	---	--------------------------

Η λisi toso gia $c=0$ oso kai gia $c=100$ vrisketai poli grigora kai se poli liges epanalipseis. Paromoia me tis parapano gia $c=100$ exoume mikrotero xrono kai ligoteres epanalipseis ap'oti to $c=0$, alla aksioprosekto einai stis periptoseis opou $(n_x, n_y=10$ kai $n_x, n_y=30)$ opou vlepoume to sfalma na einai megalitero ap'oti to $c=0$.

Γενική υπόδειξη: Για να μελετήσετε τα αποτελέσματά σας και να γράψετε τις παρατηρήσεις σας, συγκεντρώστε τα στους παρακάτω πίνακες:

n_x	n_y	c_1	c_2	c	χρόνος	σφάλμα
3	10	0	0	0	0	$8.0005e - 015$
10	3	0	0	0	0	$1.6852e - 014$
5	5	0	0	0	0	$3.7321e - 015$
5	5	100	0	0	0	$2.6899e - 015$
5	5	0	100	0	0	$3.2501e - 015$
5	5	0	0	100	0	$6.3273e - 015$
10	10	0	0	0	0.047	$2.6232e - 014$
20	20	0	0	0	0.078	$2.5990e - 013$
30	30	0	0	0	0.7340	$1.0038e - 012$
40	40	0	0	0	5.047	$2.6837e - 012$
50	50	0	0	0	15.4220	$7.0978e - 012$
10	10	0	0	100	0.015	$4.9728e - 014$
20	20	0	0	100	0.078	$2.5738e - 013$
30	30	0	0	100	0.7650	$1.0141e - 012$
40	40	0	0	100	4.75	$2.8267e - 012$
50	50	0	0	100	14.9720	$7.4974e - 012$

Πίνακας 1. Αποτελέσματα με χρήση της `lu`.

	$n_x = n_y$	c	χρόνος	επαναλήψεις	σφάλμα	c	χρόνος	επαναλήψεις	σφάλμα
<i>luinc</i>	10	0	0.0150	1	$2.6472e - 014$	100	0.0100	1	$4.6573e - 014$
	20	0	0.0300	1	$2.8339e - 013$	100	0.0200	1	$2.7947e - 013$
	30	0	0.0800	1	$1.0588e - 012$	100	0.0700	1	$1.1591e - 012$
	40	0	0.2110	1	$2.8510e - 012$	100	0.2000	1	$3.0609e - 012$
	50	0	0.3800	1	$7.4437e - 012$	100	0.3700	1	$7.6968e - 012$
<i>Jacobi</i>	10	0	0.0200	100	$2.4734e - 004$	100	0.0100	43	$4.9531e - 006$
	20	0	0.0700	400	$8.8342e - 005$	100	0.0600	139	$4.7231e - 006$
	30	0	0.4910	900	$5.1935e - 005$	100	0.1900	285	$4.9409e - 006$
	40	0	1.4130	1600	$3.6468e - 005$	100	0.4500	480	$4.9761e - 006$
	50	0	4.0060	2500	$2.8015e - 005$	100	1.3620	722	$4.9764e - 006$
<i>G - S</i>	10	0	0.0700	100	$8.4316e - 006$	100	0.0600	25	$4.3281e - 006$
	20	0	0.2600	360	$4.9394e - 006$	100	0.0600	77	$4.3936e - 006$
	30	0	1.1520	746	$4.9818e - 006$	100	0.2400	156	$4.7805e - 006$
	40	0	3.4450	1257	$4.9941e - 006$	100	0.8310	262	$4.8521e - 006$
	50	0	7.5310	1888	$4.9846e - 006$	100	1.8630	393	$4.9679e - 006$
<i>CG</i>	10	0	0.0100	14	$2.5440e - 007$	100	0.0100	12	$9.5757e - 007$
	20	0	0.0300	29	$2.8347e - 006$	100	0.0200	24	$2.7685e - 006$
	30	0	0.0710	44	$3.6850e - 006$	100	0.0500	36	$4.4713e - 006$
	40	0	0.1510	59	$3.9598e - 006$	100	0.1300	49	$3.7638e - 006$
	50	0	0.2900	75	$4.2605e - 006$	100	0.2600	62	$3.7857e - 006$

Πίνακας 2. Αποτελέσματα με χρήση λογισμικού για αραιούς πίνακες και επαναληπτικές μεθόδους.

Καλή επιτυχία.