

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΗΥ200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ
Μπέσσας Κωνσταντίνος Α.Μ.:1703037 ΑΕΜ : 308

ΕΡΓΑΣΙΑ 1: Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα.

ΑΣΚΗΣΗ 1. α) Καλέστε την `lu_run` για να κάνετε παραγοντοποίηση με την `lu`, και την `\` για να λύσετε τα τριγωνικά συστήματα που προκύπτουν, αν το αρχικό προέρχεται από $n_x = 3, n_y = 10, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$.

β) Όμοια για $n_x = 10, n_y = 3, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$.

γ) Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$.

δ) Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 100, c_2 = 0, c = 0$.

ε) Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 0, c_2 = 100, c = 0$.

στ) Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 100$.

Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας;

Απάντηση: Παρατηρώ ότι όταν $n_x = n_y$ τότε έχουμε μικρότερο σφάλμα απ' ότι όταν n_x διαφορετικό του n_y . Επιπλέον όταν έχουμε n_x μεγαλύτερο του n_y , το σφάλμα είναι μεγαλύτερο από όταν n_x μικρότερο του n_y . Ακόμα το σφάλμα μειώνεται όταν αυξάνεται το c_1 και αυξάνεται όταν αυξάνεται το c .

ΑΣΚΗΣΗ 2. α) Όμοια για $n_x = 10, n_y = 10, c_1 = 0, c_2 = 0$ και $c = 0$.

β) Όμοια για $n_x = 20, n_y = 20, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

γ) Όμοια για $n_x = 30, n_y = 30, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

δ) Όμοια για $n_x = 40, n_y = 40, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

ε) Όμοια για $n_x = 50, n_y = 50, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης;

Απάντηση: Το σφάλμα και ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνονται όσο αυξάνονται τα n_x και n_y . Με $c=100$ έχουμε διαφορά στο σφάλμα για $n_x = n_y = 10$ ενώ για τις άλλες τιμές το σφάλμα είναι παρόμοιο.

n_x	n_y	c_1	c_2	c	χρόνος	σφάλμα
3	10	0	0	0	0	$8.0005e-015$
10	3	0	0	0	0	$1.6852e-014$
5	5	0	0	0	0	$3.7321e-015$
5	5	100	0	0	0	$2.6899e-015$
5	5	0	100	0	0	$3.2501e-015$
5	5	0	0	100	0	$6.3273e-015$
10	10	0	0	0	0.0310	$2.6232e-014$
20	20	0	0	0	0.0470	$2.5990e-013$
30	30	0	0	0	0.4060	$1.0038e-012$
40	40	0	0	0	1.8440	$2.6837e-012$
50	50	0	0	0	7.0470	$7.0978e-012$
10	10	0	0	100	0	$4.9728e-014$
20	20	0	0	100	0.0320	$2.5738e-013$
30	30	0	0	100	0.3440	$1.0141e-012$
40	40	0	0	100	1.8430	$2.8267e-012$
50	50	0	0	100	7.2810	$7.4974e-012$

Πίνακας 1. Αποτελέσματα με χρήση της `lu`.

ΑΣΚΗΣΗ 3. Δοκιμάστε να λύσετε τα τελευταία 5 συστήματα, της άσκησης 2, χρησιμοποιώντας την βασική ιδιότητα του A , ότι είναι αραιός. Μελετήστε την συνάρτηση `sparse` του Matlab και χρησιμοποιείστε την για μετατρέψετε και να αποθηκεύσετε τον A σε αραιή μορφή. Επαναλάβετε τις εντολές για τη λύση του συστήματος, μόνο που τώρα θα χρησιμοποιήσετε την `luinc` αντί της `lu` μέσα από την `luinc.run`. Τι παρατηρείτε ως προς το χρόνο εκτέλεσης;

Απάντηση: Ο χρόνος αυξάνεται όσο αυξάνονται τα n_x και n_y .

ΑΣΚΗΣΗ 4. Χρησιμοποιώντας πάλι την ιδιότητα του A , ότι είναι αραιός, καλέστε τη `jacobi`, η οποία θα υλοποιεί την επαναληπτική μέθοδο Jacobi, μέσα από την `jacobi.run`.

Δοκιμάστε να λύσετε τα τελευταία 5 συστήματα από την άσκηση 2. Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης και πλήθος επαναλήψεων;

Απάντηση: Ο χρόνος και το πλήθος των επαναλήψεων, αυξάνονται όσο αυξάνονται τα n_x και n_y . Με $c=100$ έχουμε μικρότερο αριθμό επαναλήψεων απο ότι για $c=0$. Για $c=0$ το σφάλμα μεταβάλλεται ανάλογα με τα n_x και n_y , ενώ για $c=100$ το σφάλμα είναι περίπου σταθερό. Επιπλέον ο χρόνος εκτέλεσης είναι μικρότερος για $c=100$.

ΑΣΚΗΣΗ 5. Τροποποιήστε την `jacobi.m` ώστε να υλοποιήσετε την επαναληπτική μέθοδο Gauss-Seidel μέσα στην `gs.m` την οποία θα καλέσετε κλασσικά μέσα από την `gs.run`.

Δοκιμάστε να λύσετε τα ίδια τελευταία 5 συστήματα. Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης και πλήθος επαναλήψεων;

ΑΣΚΗΣΗ 6. Καλέστε την `cg.m` μέσα από την `cg_run` για να χρησιμοποιήσετε την μέθοδο Συζυγών Κλίσεων(Conjugate Gradients) στην επίλυση των γραμμικών συστημάτων.

Δοκιμάστε να λύσετε τα ίδια τελευταία 5 συστήματα. Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης και πλήθος επαναλήψεων;

	$n_x = n_y$	c	χρόνος	επαναλήψεις	σφάλμα	c	χρόνος	επαναλήψεις	σφάλμα
<i>luinc</i>	10	0	0.0150	1	$2.6472e - 014$	100	0	1	$4.6573e - 014$
	20	0	0.0150	1	$2.8339e - 013$	100	0	1	$2.7947e - 013$
	30	0	0.0310	1	$1.0588e - 012$	100	0.0320	1	$1.1591e - 012$
	40	0	0.1570	1	$2.8510e - 012$	100	0.1100	1	$3.0609e - 012$
	50	0	0.2340	1	$7.4437e - 012$	100	0.2340	1	$7.6968e - 012$
<i>Jacobi</i>	10	0	0.0160	100	$2.4734e - 004$	100	0	43	$4.9531 - 006$
	20	0	0.0310	400	$8.8342 - 005$	100	0.0160	139	$4.7331 - 006$
	30	0	0.2190	900	$5.1935 - 005$	100	0.0620	285	$4.9409 - 006$
	40	0	0.7500	1600	$3.6468 - 005$	100	0.2500	480	$4.9761 - 006$
	50	0	1.8280	2500	$2.8015 - 005$	100	0.5310	722	$4.9761 - 006$
<i>G - S</i>	10	0	0	12	$2.5682 - 006$	100	0	11	$4.5420 - 006$
	20	0	0	12	$3.0251 - 006$	100	0.0160	13	$4.3697 - 006$
	30	0	0.0320	11	$4.8204 - 006$	100	0.0310	14	$2.4365 - 006$
	40	0	0.0630	11	$3.8204 - 006$	100	0.0460	13	$4.6625 - 006$
	50	0	0.1560	11	$3.1450 - 006$	100	0.1250	13	$4.0968 - 006$
<i>CG</i>	10	0	0	14	$2.5440 - 007$	100	0	12	$9.5757 - 007$
	20	0	0	29	$2.8347 - 006$	100	0	24	$2.7685 - 006$
	30	0	0.0310	44	$3.6850 - 006$	100	0.0310	36	$4.4713 - 006$
	40	0	0.0630	59	$3.9598 - 006$	100	0.0470	49	$3.7638 - 006$
	50	0	0.1400	75	$4.2605 - 006$	100	0.1400	62	$3.7857 - 006$

Πίνακας 2. Αποτελέσματα με χρήση λογισμικού για αραιούς πίνακες και επαναληπτικές μεθόδους.

Καλή επιτυχία.