

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
HY200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΕΡΓΑΣΙΑ 1: Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα.

PALIOS NIKOLAOS

A.M.:1703018 A.E.M.:289 USERID:nipalios

ΑΣΚΗΣΗ 1. α) Καλέστε την `lu_run` για να κάνετε παραγοντοποίηση με την `lu`, και την `\` για να λύσετε τα τριγωνικά συστήματα που προκύπτουν, αν το αρχικό προέρχεται από $n_x = 3, n_y = 10, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$.

β) Όμοια για $n_x = 10, n_y = 3, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$.

γ) Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$.

δ) Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 100, c_2 = 0, c = 0$.

ε) Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 0, c_2 = 100, c = 0$.

στ) Όμοια για $n_x = 5, n_y = 5, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 100$.

Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Όταν τα c_1, c_2, c είναι 0 για n_x διαφορετικό του n_y έχουμε διαφορετικό σφάλμα. Για $n_x = n_y = 5$ και διαφορετικά c_1, c_2, c το σφάλμα είναι μεγαλύτερο όταν το $c = 100$, πιο μικρό όταν το $c_2 = 100$ και ακόμη πιο μικρό όταν το $c_1 = 100$.

ΑΣΚΗΣΗ 2. α) Όμοια για $n_x = 10, n_y = 10, c_1 = 0, c_2 = 0$ και $c = 0$.

β) Όμοια για $n_x = 20, n_y = 20, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

γ) Όμοια για $n_x = 30, n_y = 30, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

δ) Όμοια για $n_x = 40, n_y = 40, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

ε) Όμοια για $n_x = 50, n_y = 50, c_1 = 0, c_2 = 0, c = 0$ και $c = 100$.

Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Όταν το $n_x = n_y$ αυξάνει και το $c = 0$ τότε και ο χρόνος αλλά και το σφάλμα αυξάνει. Όταν το $n_x = n_y$ αυξάνει και το $c = 100$ τότε πάλι και ο χρόνος αλλά και το σφάλμα αυξάνει.

ΑΣΚΗΣΗ 3. Δοκιμάστε να λύσετε τα τελευταία 5 συστήματα, της άσκησης 2, χρησιμοποιώντας την βασική ιδιότητα του A , ότι είναι αραιός. Μελετήστε την συνάρτηση `sparse` του Matlab και χρησιμοποιείστε την για μετατρέψετε και να αποθηκεύσετε τον A σε αραιή μορφή. Επαναλάβετε τις εντολές για τη λύση του συστήματος, μόνο που τώρα θα χρησιμοποιήσετε την `luinc` αντί της `lu` μέσα από την `luinc_run`.

Τι παρατηρείτε ως προς το χρόνο εκτέλεσης;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Ο χρόνος αυξάνει όταν αυξάνει το $n_x = n_y$ και για $c = 100$ και για $c = 0$.

ΑΣΚΗΣΗ 4. Χρησιμοποιώντας πάλι την ιδιότητα του A , ότι είναι αραιός, καλέστε τη `jacobi`, η οποία θα υλοποιεί την επαναληπτική μέθοδο Jacobi, μέσα από την `jacobi_run`.

Δοκιμάστε να λύσετε τα τελευταία 5 συστήματα από την άσκηση 2. Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης και πλήθος επαναλήψεων;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Για $c=0$ όταν τα $nx=ny$ αυξάνουν τότε ο χρόνος και οι επαναλήψεις αυξάνονται, ενώ το σφάλμα μικραίνει. Για $c=100$ όσο αυξάνουν τα $nx=ny$, ο χρόνος και οι επαναλήψεις αυξάνουν ενώ το σφάλμα παραμένει περίπου το ίδιο(αυξάνεται αλλά πολύ λίγο).

ΑΣΚΗΣΗ 5. Τροποποιήστε την `jacobi.m` ώστε να υλοποιήσετε την επαναληπτική μέθοδο Gauss-Seidel μέσα στην `gs.m` την οποία θα καλέσετε κλασσικά μέσα από την `gs_run`.

Δοκιμάστε να λύσετε τα ίδια τελευταία 5 συστήματα. Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης και πλήθος επαναλήψεων;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Για $c=0$ όταν τα $nx=ny$ αυξάνουν τότε ο χρόνος και οι επαναλήψεις αυξάνονται, ενώ το σφάλμα παραμένει σχεδόν το ίδιο. Για $c=100$ όσο αυξάνουν τα $nx=ny$, ο χρόνος και οι επαναλήψεις αυξάνουν ενώ το σφάλμα παραμένει περίπου το ίδιο(αυξάνεται αλλά πολύ λίγο).

ΑΣΚΗΣΗ 6. Καλέστε την `cg.m` μέσα από την `cg_run` για να χρησιμοποιήσετε την μέθοδο Συζηγών Κλίσεων(Conjugate Gradients) στην επίλυση των γραμμικών συστημάτων.

Δοκιμάστε να λύσετε τα ίδια τελευταία 5 συστήματα. Τι παρατηρείτε ως προς την ακρίβεια της λύσης σας και ως προς το χρόνο εκτέλεσης και πλήθος επαναλήψεων;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Για $c=0$ όταν τα $nx=ny$ αυξάνουν τότε ο χρόνος, οι επαναλήψεις και το σφάλμα αυξάνονται. Για $c=100$ όσο αυξάνουν τα $nx=ny$, ο χρόνος, οι επαναλήψεις και το σφάλμα επίσης αυξάνουν.

n_x	n_y	c_1	c_2	c	χρόνος	σφάλμα
3	10	0	0	0	0.0780	$8.0005e - 015$
10	3	0	0	0	0	$1.6852e - 014$
5	5	0	0	0	0	$3.7321e - 015$
5	5	100	0	0	0	$2.6899e - 015$
5	5	0	100	0	0	$3.2501e - 015$
5	5	0	0	100	0	$6.3273e - 015$
10	10	0	0	0	0.0310	$2.6232e - 014$
20	20	0	0	0	0.0790	$2.5990e - 013$
30	30	0	0	0	0.6250	$1.0038e - 012$
40	40	0	0	0	3.2030	$2.6837e - 012$
50	50	0	0	0	12.9690	$7.0978e - 012$
10	10	0	0	100	0.0470	$4.9728e - 014$
20	20	0	0	100	0.0630	$2.5738e - 013$
30	30	0	0	100	0.5780	$1.0141e - 012$
40	40	0	0	100	3.6090	$2.8267e - 012$
50	50	0	0	100	11.3440	$7.4974e - 012$

Πίνακας 1. Αποτελέσματα με χρήση της `lu`.

	$n_x = n_y$	c	χρόνος	επαναλήψεις	σφάλμα	c	χρόνος	επαναλήψεις	σφάλμα
<i>luinc</i>	10	0	0.1250	1	$2.6472e - 014$	100	0.0160	1	$4.6573e - 014$
	20	0	0.0150	1	$2.8339e - 013$	100	0.0160	1	$2.7947e - 013$
	30	0	0.0470	1	$1.0588e - 012$	100	0.0630	1	$1.1591e - 012$
	40	0	0.1560	1	$2.8510e - 012$	100	0.1410	1	$3.0609e - 012$
	50	0	0.6250	1	$7.4437e - 012$	100	0.3120	1	$7.6968e - 012$
<i>Jacobi</i>	10	0	0.0160	100	$2.4734e - 004$	100	0.0160	43	$4.9531e - 006$
	20	0	0.1100	400	$8.8342e - 005$	100	0.0310	139	$4.7231e - 006$
	30	0	0.3750	900	$5.1935e - 005$	100	0.1570	285	$4.9409e - 006$
	40	0	1.2500	1600	$3.6468e - 005$	100	0.4530	480	$4.9761e - 006$
	50	0	3.3750	2500	$2.8015e - 005$	100	0.8440	722	$4.9764e - 006$
<i>G - S</i>	10	0	0.0780	100	$8.4316e - 006$	100	0.0160	25	$4.3281e - 006$
	20	0	0.2190	360	$4.9394e - 006$	100	0.0470	77	$4.3936e - 006$
	30	0	1.1400	746	$4.9818e - 006$	100	0.2030	156	$4.7805e - 006$
	40	0	2.6720	1257	$4.9941e - 006$	100	0.6100	262	$4.8521e - 006$
	50	0	6.5310	1888	$4.9846e - 006$	100	1.5780	393	$4.9679e - 006$
<i>CG</i>	10	0	0.0620	14	$2.5440e - 007$	100	0	12	$9.5757e - 007$
	20	0	0.0160	29	$2.8347e - 006$	100	0.0160	24	$2.7685e - 006$
	30	0	0.0470	44	$3.6850e - 006$	100	0.0460	36	$4.4713e - 006$
	40	0	0.1250	59	$3.9598e - 006$	100	0.1090	49	$3.7638e - 006$
	50	0	0.3280	75	$4.2605e - 006$	100	0.3130	62	$3.7857e - 006$

Πίνακας 2. Αποτελέσματα με χρήση λογισμικού για αραιούς πίνακες και επαναληπτικές μεθόδους.