

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ**  
**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΗΥ200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ**

**Όνομ/μό: Μάρθα Σακελλαρίου**

**Α.Ε.Μ.: 283**

**ΕΡΓΑΣΙΑ 1: Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα.**

## 1 Σχόλια.

### ΑΣΚΗΣΗ1 & ΑΣΚΗΣΗ2

Παρατηρούμε σε όλο τον πίνακα ότι τα σφάλματα είναι πολύ μικρά, της τάξης του  $e-015$  και πέφτουν το πολύ μέχρι  $e-012$ . Για τις πρώτες έξι τιμές παρατηρούμε ότι ο χρόνος είναι μηδέν, πράγμα που είναι αναμενόμενο διότι έχουμε πολύ μικρό αριθμό διαμερίσεων, κατά μέσο όρο 5,  $n_x = n_y = 5$ . Για τις υπόλοιπες τιμές του πίνακα παρατηρούμε ότι ο χρόνος αυξάνεται ελάχιστα χωρίς όμως να ξεπερνά τις περισσότερες φορές την τιμή 1, το πολύ 0.0900. Η elliptic έχει βρόγχους που εξαρτώνται από τις τιμές που παίρνουν οι  $n_x$  και  $n_y$ . Εξαίρεση αποτελούν οι περιπτώσεις που έχουμε 50 διαμερίσεις, όπου ο χρόνος φτάνει και έως τις τιμές 7.0620 όταν έχουμε  $c=0$ , ενώ όταν αυξάνουμε κατά πολύ και το  $c$ , δηλαδή 100 φτάνει στην τιμή 12.4080. Για 50 διαμερίσεις έχουμε επίσης και τα μεγαλύτερα σφάλματα,  $7.0978e-012$  για  $c=0$ , ενώ για  $c=100$  έχουμε ακόμη μεγαλύτερο σφάλμα  $7.4974e-012$ .

$n_x$	$n_y$	$c_1$	$c_2$	$c$	χρόνος	σφάλμα
3	10	0	0	0	0	$8.0005e-015$
10	3	0	0	0	0	$1.6852e-014$
5	5	0	0	0	0	$3.7321e-015$
5	5	100	0	0	0	$2.6899e-015$
5	5	0	100	0	0	$3.2501e-015$
5	5	0	0	100	0	$6.3273e-015$
10	10	0	0	0	0.0100	$2.6232e-014$
20	20	0	0	0	0.0900	$2.5990e-013$
30	30	0	0	0	0.5900	$1.0038e-012$
40	40	0	0	0	0	$2.6232e-014$
50	50	0	0	0	7.0620	$7.0978e-012$
10	10	0	0	100	0.0310	$4.9728e-014$
20	20	0	0	100	0.0600	$2.5738e-013$
30	30	0	0	100	0.5810	$1.0141e-012$
40	40	0	0	100	0.5810	$1.0141e-012$
50	50	0	0	100	12.4080	$7.4974e-012$

Πίνακας 1. Αποτελέσματα με χρήση της `lu`.

## 2 Σχόλια.

### ΑΣΚΗΣΗ 3

Για την luinc πάλι παρατηρούμε ότι ο χρόνος είναι πολύ μικρός δεν ξεπερνά την τιμή 1 τόσο για  $c=0$  όσο και για  $c=100$ . Οι τιμές των σφαλμάτων είναι πολύ μικρές, της τάξης του  $e-015$ , ενώ για  $n_x=n_y=50$  παρατηρούμε μεγαλύτερη ακρίβεια στη λύση.

### ΑΣΚΗΣΗ 4

Για τη μέθοδο Jacobi παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται ο αριθμός διαμερίσεων όπως είναι φυσιολογικό αυξάνεται και ο χρόνος καθώς και οι επαναλήψεις. Σηγκεκριμένα όταν το  $c=0$  τότε ο χρόνος είναι μεγαλύτερος γιατί εκτελούνται όλες οι επαναλήψεις ( $\text{error} > \text{eps}$ ), ενώ αν  $c=100$  τότε έχουμε μικρότερο χρόνο. Όσον αφορά το σφάλμα παρατηρούμε ότι το σφάλμα κυμαίνεται στο  $4.9e-006$ , αυτό οφείλεται στη συνθήκη ( $\text{iter} < (n_x * n_y) \ \& \ \text{error} > \text{eps}$ ).

### ΑΣΚΗΣΗ 5

Με τη μέθοδο Gauss-Seidel παρατηρούμε πάλι όπως είναι και φυσικό ότι όσο αυξάνουμε τον αριθμό των διαμερίσεων αυξάνεται τόσο ο χρόνος όσο και ο αριθμός των επαναλήψεων. Επίσης παρατηρείται πάλι η διαφορά στο χρόνο και στον αριθμό εναλλάσσοντας το  $c$  από 0 σε 100. Όσον αφορά το σφάλμα παρατηρούμε ότι δεν έχουμε μεγάλες διακυμάνσεις στις τιμές, χωρίς να επηρεάζονται από τις τιμές του  $c$  (0 και 100). Συγκρίνοντας τις μεθόδους Jakobi και Gauss-Seidel, γνωρίζουμε για την Gauss-Seidel

ότι το  $x(k+1)$  βήμα εξαρτάται από όλα τα προηγούμενα στοιχεία του, σε αντίθεση με τη μέθοδο Jakobi, όπου το κάθε βήμα  $x(k+1)$  εξαρτάται αποκλειστικά από το βήμα  $x(k)$ , γεγονός που εξηγεί γιατί η Gauss-Seidel είναι πιο αποδοτική από πλευράς ακρίβειας (υλοποιεί περισσότερες επαναλήψεις).

### ΑΣΚΗΣΗ 6

Σύμφωνα με τις τιμές του πίνακα για τη μέθοδο συζυγών κλίσεων παρατηρούμε ότι συγκριτικά με τις δύο προηγούμενες μεθόδους (Jakobi και Gauss-Seidel), εκτελώντας πολύ λιγότερες επαναλήψεις (για  $n_x=n_y=10$  γίνονται 14 επαναλήψεις, ενώ για  $n_x=n_y=50$  το πολύ 75) πετυχαίνει πολύ καλύτερους χρόνους για τα αντίστοιχα  $n_x$  και  $n_y$  (οι τιμές του χρόνου για τη δεδομένη μέθοδο δεν ξεπερνούν για 50 διαμερίσεις την τιμή 5000, ενώ για τις δύο προηγούμενες φτάνει ενδεικτικά και έως την τιμή 371.2970). Επίσης η μέθοδος των συζυγών κλίσεων αποδεικνύεται βέλτιστη και ως προς την ακρίβεια, διότι χρησιμοποιώντας πολύ λιγότερες επαναλήψεις σε σχέση με τις δύο προηγούμενες μεθόδους πετυχαίνει το ίδιο σε γενικές γραμμές σφάλμα αλλά σε αρκετές περιπτώσεις πετυχαίνει πολύ καλύτερη ακρίβεια (ενδεικτικά για  $n_x=n_y=10$  με 14 επαναλήψεις έχουμε σφάλμα  $2.5440e - 007$ ).

	$n_x = n_y$	$c$	χρόνος	επαναλήψεις	σφάλμα	$c$	χρόνος	επαναλήψεις	σφάλμα
<i>luinc</i>	10	0	0.0500		$2.6472e - 014$	100	0		$4.6573e - 014$
	20	0	0.1610		$2.8339e - 013$	100	0.0200		$2.7947e - 013$
	30	0	0.1400		$1.0588e - 012$	100	0.0400		$1.1591e - 012$
	40	0	0.0630		$2.8510e - 012$	100	0.1800		$3.0609e - 012$
	50	0	0.3210		$7.4437e - 012$	100	0.2900		$7.6968e - 012$
<i>Jacobi</i>	10	0	0	100	$2.4734e - 004$	100	0	43	$4.9531e - 006$
	20	0	0.3590	400	$8.8342e - 005$	100	0.1250	139	$4.7231e - 006$
	30	0	3.7180	900	$5.1935e - 005$	100	1.2190	285	$4.9409e - 006$
	40	0	23.5310	1600	$3.6468e - 005$	100	6.4220	480	$4.9761e - 006$
	50	0	84.5000	2500	$2.8015e - 005$	100	24	722	$4.9764e - 006$
<i>G - S</i>	10	0	0.0310	100	$8.4316e - 006$	100	0	25	$4.3281e - 006$
	20	0	1.8440	360	$4.9394e - 006$	100	0.3900	77	$4.3936e - 006$
	30	0	19.3900	746	$4.9818e - 006$	100	3.9380	156	$4.7805e - 006$
	40	0	101.0940	1257	$4.9941e - 006$	100	22.3910	262	$4.8521e - 006$
	50	0	371.2970	1888	$4.9846e - 006$	100	75.7340	393	$4.9679e - 006$
<i>CG</i>	10	0	0	14	$2.5440e - 007$	100	0	12	$9.5757e - 007$
	20	0	0.0470	29	$2.8347e - 006$	100	0.0470	24	$2.7685e - 006$
	30	0	0.3750	44	$3.6850e - 006$	100	0.2970	36	$4.4713e - 006$
	40	0	1.5470	59	$3.9598e - 006$	100	1.2820	49	$3.7638e - 006$
	50	0	4.9680	75	$4.2605e - 006$	100	4.1250	62	$3.7857e - 006$

Πίνακας 2. Αποτελέσματα με χρήση λογισμικού για αραιούς πίνακες και επαναληπτικές μεθόδους.

### 3 Σχόλιο.

Συγκρίνοντας γενικά όλες τις μεθόδους που χρησιμοποιήσαμε (άμεσες και επαναληπτικές) , μπορούμε να πούμε ότι σύμφωνα με τα αποτελέσματα οι άμεσες μέθοδοι είναι κατά πολύ πιο αποδοτικές από τις επαναληπτικές,γιατί οι πρώτες μας δίνουν ένα πάρα πολύ μικρό σφάλμα της τάξης του e-015 σε χρόνο σχεδόν μηδενικό,ενώ τα σφάλματα των επαναληπτικών είναι της τάξης του e-005 και e-006 κυρίως,ενώ απαιτούν πολύ περισσότερο χρόνο.