

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
HY200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ & ΕΡΓΑΣΙΑ 2: Προσέγγιση συναρτήσεων και δεδομένων: Μέθοδος Taylor και πολυωνυμική παρεμβολή - Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων 0.665

Athanasiou Sotiris

AM:1703048

AEM:319

ΑΣΚΗΣΗ 1: Υπολογίστε με τη μέθοδο Taylor, τα πολυώνυμα βαθμού 2, 4 και 6 ως προς το σημείο 0, της συνάρτησης $\frac{1}{1+25x^2}$, καθώς και τα άνω φράγματα του σφάλματος σε κάθε περίπτωση για το διάστημα $[-1, 1]$. Τι συμπεραίνετε για τη συγκεκριμένη συνάρτηση; Συμπληρώστε τον πίνακα:

Απαντήστε:

n	f(.3)	p(.3)	Εκτίμηση σφάλματος
2	0.30769231	-1.25000000	96.72523090
4	0.30769231	3.81250000	2592.07544886
6	0.30769231	-7.57812500	58431.83431360

♣

ΑΣΚΗΣΗ 2: Υπολογίστε τα πολυώνυμα που παρεμβάλλουν τη συνάρτηση $f(x) = \exp(-4x^2)$ σε 3, 7, 13, 31, 61 ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος $[-3, 3]$. Κάντε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης και των πολυωνύμων σε ένα γραφικό παράθυρο και υπολογίστε το σφάλμα (τη μέγιστη κατά απόλυτη τιμή της διαφοράς του πολυωνύμου από τη συνάρτηση) για κάθε πολυώνυμο, χρησιμοποιώντας 601 ισαπέχοντα σημεία στο παραπάνω διάστημα.

Απαντήστε:

To sfalma me polywnymo parembolhs se 3 shmeia einai 0.87267038

To sfalma me polywnymo parembolhs se 7 shmeia einai 0.96786931

To sfalma me polywnymo parembolhs se 13 shmeia einai 6.56057959

To sfalma me polywnymo parembolhs se 31 shmeia einai 86.64594694

To sfalma me polywnymo parembolhs se 61 shmeia einai 6.87406189 ♣

ΑΣΚΗΣΗ 3: Επαναλάβετε την προηγούμενη άσκηση, όπου αντί για ισαπέχοντα σημεία, χρησιμοποιήστε τα σημεία που προκύπτουν από τον τύπο:

$$3 \cos \left(\frac{2i+1}{n+1} \frac{\pi}{2} \right), \quad i = 0, \dots, n$$

Γράψτε τις παρατηρήσεις σας και τα συμπεράσματά σας.

Απαντήστε:

To sfalma me polywnymo parembolhs se 3 shmeia einai 0.99380400

To sfalma me polywnymo parembolhs se 7 shmeia einai 0.68068888

To sfalma me polywnymo parembolhs se 13 shmeia einai 0.20063964

Το σφάλμα με polywntymo parembolhs se 31 shmeia einai 0.00048050

Το σφάλμα με polywntymo parembolhs se 61 shmeia einai 0.00003693 ♣

ΑΣΚΗΣΗ 4. Υπολογίστε τις κυβικές spline που παρεμβάλλουν την $f(x) = \exp(-4x^2)$, σε 7, 13, 31 και 61 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $[-3, 3]$. Κάντε τις γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης και των spline σ' ένα γραφικό παράθυρο, και υπολογίστε σε κάθε περίπτωση το μέγιστο κατά απόλυτη τιμή σφάλμα χρησιμοποιώντας 601 ισαπέχοντα σημεία. Παρουσιάστε τα σφάλματα σ' ένα πίνακα, και γράψτε τα σχόλια σας. Χρησιμοποιήστε τη spline με τα 13 σημεία, για να υπολογίσετε την f στο $[-5, 5]$. Κάντε την γραφική παράσταση και υπολογίστε το σφάλμα σε 1001 ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος $[-5, 5]$.

Απαντήστε:

splines για $[-3,3]$ se 601 shmeia: ♣

Σιμεία	Εκτίμηση σφάλματος
7	0.14577340
13	0.04409902
31	0.01078115
61	0.00286114

♣

splines για $[-5,5]$ se 1001 shmeia:

Το σφάλμα με polywntymo parembolhs se 13 shmeia einai 0.04633926

ΑΣΚΗΣΗ 5. Εργαστείτε όπως Πρόβλημα 8 για να βρείτε τους κατάλληλους τύπους και να υπολογίσετε τους συντελεστές του πολυωνύμου 2^{00} βαθμού που προσεγγίζει τα παραπάνω δεδομένα με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Χρησιμοποιήστε το Matlab για τους υπολογισμούς σας. Υπολογίστε το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών. Κάντε τη γραφική παράσταση των σημείων αλλά και των πολυωνύμων στο ίδιο γραφικό παράθυρο.

Απαντήστε: Το athroisma twv tetragwnwn twv diaforwn einai 1.3911 ♣

ΑΣΚΗΣΗ 6. Χρησιμοποιήστε κατάλληλες συναρτήσεις/διαδικασίες του Matlab, οι οποίες εφαρμόζουν την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, για να υπολογίσετε τα πολυώνυμα βαθμού 4 και 8, που προσεγγίζουν τα παραπάνω δεδομένα με το βέλτιστο τρόπο. Υπολογίστε τα αθροίσματα των τετραγώνων των διαφορών, και συγκρίνετε με το αντίστοιχο άθροισμα της προηγούμενης άσκησης. Κάντε τη γραφική παράσταση των σημείων αλλά και των πολυωνύμων στο ίδιο γραφικό παράθυρο.

Απαντήστε: Τα athroismata twv tetragwnwn twv diaforwn gia vathmous 4 k 8 einai 0.9124 k 0.6655 antistoixa. ♣