

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ**  
**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΗΥ200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ**

**Μπέλλου Ευτυχία Α.Ε.Μ:285**

**ΕΡΓΑΣΙΑ 2: Προσέγγιση συναρτήσεων και δεδομένων: Μέθοδος Taylor και πολυωνυμική παρεμβολή - Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων**

**ΑΣΚΗΣΗ 1:** Με τη χρήση της μεθόδου Taylor για τα πολώνυμα βαθμού 2, 4 και 6 ως προς το σημείο 0, της συνάρτησης  $\frac{1}{1+25x^2}$  βρίσκουμε τα άνω φράγματα του σφάλματος σε κάθε περίπτωση για το διάστημα  $[-1, 1]$ . Παρακάτω φαίνεται ο ζητούμενος πίνακας:

n	f(.3)	p(.3)	Εκτίμηση σφάλματος
2	0.30769231	-1.25000000	9.67252309
4	0.30769231	3.81250000	2592.07544886
6	0.30769231	-7.57812500	58431.83431360

**Παρατηρήσεις:** Από τα αποτελέσματα του κώδικα Matlab που τρέξαμε βλέπουμε πως το σφάλμα αυξάνεται όσο μεγαλώνει ο βαθμός του πολωνύμου. Βασικά κανένα πολώνυμο δεν προσεγγίζει την ζητούμενη συνάρτηση σε ικανοποιητικό βαθμό.

**ΑΣΚΗΣΗ 2:** Υπολογίζουμε τα πολώνυμα που παρεμβάλλουν τη συνάρτηση  $f(x) = \exp(-4x^2)$  σε 3, 7, 13, 31, 61 ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος  $[-3, 3]$  και παραθέτουμε το σφάλμα για κάθε πολώνυμο, χρησιμοποιώντας 601 ισαπέχοντα σημεία στο παραπάνω διάστημα:

To sfalma me polywnymo parembolhs se 3 shmeia einai 0.87267038

To sfalma me polywnymo parembolhs se 7 shmeia einai 0.96786931

To sfalma me polywnymo parembolhs se 13 shmeia einai 6.56057959

To sfalma me polywnymo parembolhs se 31 shmeia einai 86.64594694

To sfalma me polywnymo parembolhs se 61 shmeia einai 6.87406189

**Παρατηρήσεις:** Παρατηρούμε ότι για 31 ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος  $[-3, 3]$  η παρεμβολή παρουσιάζει το μεγαλύτερο σφάλμα.

**ΑΣΚΗΣΗ 3:** Βάση της προηγούμενης άσκησης, αντί για ισαπέχοντα σημεία, χρησιμοποιούμε τα σημεία που προκύπτουν από τον τύπο:

$$3 \cos \left( \frac{2i+1}{n+1} \frac{\pi}{2} \right), \quad i = 0, \dots, n$$

και βρίσκουμε τα εξής σφάλματα:

Το sfalma me polywnymo parembolhs se 3 shmeia einai 0.99380400

Το sfalma me polywnymo parembolhs se 7 shmeia einai 0.68068888

Το sfalma me polywnymo parembolhs se 13 shmeia einai 0.20063964

Το sfalma me polywnymo parembolhs se 31 shmeia einai 0.00048050

Το sfalma me polywnymo parembolhs se 61 shmeia einai 0.00002501

**Παρατηρήσεις:** Από τα παραπάνω παρατηρούμε ότι όσο αυξάνουμε το πλήθος των σημείων, το σφάλμα μειώνεται.

**ΑΣΚΗΣΗ 4:** Υπολογίζουμε τις κυβικές spline που παρεμβάλλουν την  $f(x) = \exp(-4x^2)$ , σε 7, 13, 31 και 61 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα  $[-3, 3]$ .

Για το διάστημα  $[-3, 3]$  έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

n	Εκτίμηση σφάλματος
7	0.2534
13	0.0116
31	9.3140e-004
61	5.2400e-005

Για το διάστημα  $[-5, 5]$  έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

n	Εκτίμηση σφάλματος
13	0.1384

**ΑΣΚΗΣΗ 5:** Χρησιμοποιώντας τα παρακάτω δεδομένα του προβλήματος 9 υπολογίζουμε τους συντελεστές του πολωνύμου 2<sup>ου</sup> βαθμού χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Σημεία	Δεδομένα					
1	2.07458	1.78801	2.07548	1.97954	2.08945	1.63480
7	2.03053	1.74630	1.79267	1.42920	1.14101	1.32438
13	1.17944	0.93214	0.87631	0.80062	0.69002	0.79622
19	0.73527	0.60637	0.80011	0.95631	0.64858	0.95624
25	0.62853	0.55175	0.90018	1.00167	0.60299	1.05339
31	0.87300	0.99931	1.01089	1.11733	0.95633	1.15222
37	1.09389	0.86498	1.04563	1.11432	1.15554	

**Παρατηρήσεις:** Η προσέγγιση είναι ικανοποιητική όπως παρατηρούμε από τη γραφική παράσταση. Το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών είναι 1.3911.

**ΑΣΚΗΣΗ 6:** Βρίσκουμε τα πολώνυμα 2<sup>ου</sup> και 8<sup>ου</sup> βαθμού, που προσεγγίζουν τα παραπάνω δεδομένα από το πρόβλημα 9 με το βέλτιστο τρόπο.

Τα αθροίσματα των τετραγώνων των διαφορών φαίνονται παρακάτω:

Βαθμός πολωνύμου	sse
4	0.9124
8	0.6655

Τέλος Εργασίας!