

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
HY200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΕΡΓΑΣΙΑ 2: Προσέγγιση συναρτήσεων και δεδομένων: Μέθοδος Taylor και πολυωνυμική παρεμβολή - Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων (Ημερομηνία Παράδοσης: Κυριακή 15/5/2005, (Ωρα: 23:55)) ΜΕΘΟΔΟΣ TAYLOR ΚΑΙ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ.

Ονοματεπώνυμο: Μαρία Γκουτουλούδη

UserID: magoutou

AEM:58

ΑΣΚΗΣΗ 1: Υπολογίστε με τη μέθοδο Taylor, τα πολυώνυμα βαθμού 2, 4 και 6 ως προς το σημείο 0, της συνάρτησης $\frac{1}{1+25x^2}$, καθώς και τα άνω φράγματα του σφάλματος σε κάθε περίπτωση για το διάστημα $[-1, 1]$. Τι συμπεραίνετε για τη συγκεκριμένη συνάρτηση; Συμπληρώστε τον πίνακα:

n	f(.3)	p(.3)	Εκτίμηση σφάλματος
2	0.30769231	-1.25000000	9.67252309
4	0.30769231	3.81250000	2592.07544886
6	0.30769231	-7.57812500	58431.83431360

Σχόλιο: όσο πιο μεγάλος ο βαθμός του πολυωνύμου τόσο πιο καλή η προσέγγιση.

ΑΣΚΗΣΗ 2 Υπολογίστε τα πολυώνυμα που παρεμβάλλουν τη συνάρτηση $f(x) = \exp(-4x^2)$ σε 3, 7, 13, 31, 61 ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος $[-3, 3]$. Κάντε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης και των πολυωνύμων σε ένα γραφικό παράθυρο και υπολογίστε το μέγιστο κατά απόλυτη τιμή σφάλμα για κάθε πολυώνυμο, χρησιμοποιώντας 601 ισαπέχοντα σημεία στο παραπάνω διάστημα.

Σχόλιο:Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 3 σημεία είναι 0.87267038

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 7 σημεία είναι 0.96786931

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 13 σημεία είναι 6.56057959

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 31 σημεία είναι 86.64594694

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 61 σημεία είναι 6.87406189

ΑΣΚΗΣΗ 3: Επαναλάβετε την προηγούμενη άσκηση, όπου αντί για ισαπέχοντα σημεία, χρησιμοποιήστε τα σημεία που προκύπτουν από τον τύπο:

$$3 \cos \left(\frac{2i+1}{n+1} \frac{\pi}{2} \right), \quad i = 0, \dots, n$$

Γράψτε τις παρατηρήσεις σας και τα συμπεράσματά σας.

Σημείωση. Αυτή η μέθοδος πρέπει να αποφεύγεται, γιατί οι λύσεις των εξισώσεων Vandermode συμπεριφέρονται παράξενα για μεγάλα n . **Σχόλιο:**Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 3 σημεία είναι 0.99380400

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 7 σημεία είναι 0.68068888

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 13 σημεία είναι 0.20063964

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 31 σημεία είναι 0.00048050

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 61 σημεία είναι 0.00002501

ΑΣΚΗΣΗ 4. Υπολογίστε τις κυβικές spline που παρεμβάλλουν την $f(x) = \exp(-4x^2)$, σε 7, 13, 31 και 61 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $[-3, 3]$. Κάντε τις γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης και των spline σ' ένα γραφικό παράθυρο, και υπολογίστε σε κάθε περίπτωση το μέγιστο κατά απόλυτη τιμή σφάλμα χρησιμοποιώντας 601 ισαπέχοντα σημεία. Παρουσιάστε τα σφάλματα σ' ένα πίνακα, και γράψτε τα σχόλια σας. Χρησιμοποιήστε τη spline με τα 13 σημεία, για να υπολογίσετε την f στο $[-5, 5]$. Κάντε την γραφική παράσταση και υπολογίστε το σφάλμα σε 1001 ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος $[-5, 5]$.

Σχόλιο: Το sfalma me polywnymo parembolhs se 3 shmeia einai 0.87267038

To sfalma me polywnymo parembolhs se 7 shmeia einai 0.96786931

To sfalma me polywnymo parembolhs se 13 shmeia einai 6.56057959

To sfalma me polywnymo parembolhs se 31 shmeia einai 86.64594694

To sfalma me polywnymo parembolhs se 61 shmeia einai 6.87406189

To sfalma me polywnymo parembolhs se 13 shmeia einai 473924.91394039