

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
HY200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΕΡΓΑΣΙΑ 2: Προσέγγιση συναρτήσεων και δεδομένων: Μέθοδος Taylor και πολυωνυμική παρεμβολή - Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

ΑΣΚΗΣΗ 1 Προκύπτει ο εξής πίνακας

n	f(.3)	p(.3)	Εκτίμηση σφάλματος
2	0.30769231	-1.2500000	96.72523090
4	0.30769231	3.81250000	2592.075448
6	0.30769231	-7.5781250	58431.83431

♣

Κοιτάζοντας την εκτίμηση του σφάλματος του παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι το πολυωνύμου δευτέρου βαθμού το οποίο προκύπτει με τη μέθοδο Taylor προσεγγίζει καλύτερα την συναρτηση

ΑΣΚΗΣΗ2 Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις evaluatepolynomial και matrixgenerator βρίσκουμε τα πολυώνυμα που παρεμβάλλουν την συνάρτηση $f(x) = \exp(-4x^2)$ σε 3,7,13,31,61 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα [-3,3].Ενώ βρίσκουμε το σφάλμα για κάθε πολυώνυμο χρησιμοποιώντας 601 ισαπέχοντα σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 3 σημεία: 0.87267038, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 7 σημεία:0.96786931, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 13 σημεία:6.56057959, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 31 σημεία:86.64594694, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 61 σημεία:6.87406189.

ΑΣΚΗΣΗ3 Εκτελούμε την ίδια διαδικασία με τη προηγούμενη άσκηση μόνο που τα σημεία προκύπτουν απο τον τύπο

$$3 \cos\left(\frac{2i+1}{n+1} \frac{\pi}{2}\right), \quad i = 0, \dots, n$$

Παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα: σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 3 σημεία:0.99355898, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 7 σημεία:0.68045626, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 13 σημεία:0.20048991, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 31 σημεία:0.00047881, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 61 σημεία:0.00003506. Απο το πίνακα με το σφάλματα προκύπτει ότι όσο αυξάνονται τα σημεία μειώνεται και το σφάλμα.Αυτό αποδυνκνείται και γραφικά αφού οι συναρτήσεις με τα περισσότερα σημεία σχεδόν ταντίζονται με την αρχική. ΑΣΚΗΣΗ4:

σημεία	Εκτίμηση σφάλματος
7	0.2533677
13	0.0115764
31	0.000931
61	0.0000524

Απο το πίνακα με το σφάλματα προκύπτει ότι όσο αυξάνονται τα σημεία παρεμβολής τόσο καλύτερη γίνεται η συνάρτηση παρεμβολής.Ενώ με τη spline για 13 σημεία για τον υπολογισμό της f(x) στο διάστημα [-5,5] και 1001 σημεία για τον υπολογισμό του σφάλματος παίρνουμε ως αποτέλεσμα σφάλμα 0.22028010

ΑΣΚΗΣΗ5.

Με βάση τις συντεταγμένες των σημείων που έχουμε και το βαθμό του πολυωνύμου παρεμβολής υπολογίζουμε τους συντελεστές των όρων του πολυωνύμου. Έτσι καταλήγουμε στην τελική μορφή του πολυωνύμου. Υπολογίζουμε έτσι το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ των σημείων παρεμβολής και του πολυωνύμου $SSE=1.3911$.

ΑΣΚΗΣΗ 6 Εκτελούμε την ίδια διαδικασία με τη προηγούμενη άσκηση 5 και για το πολυώνυμο βαθμού 4 έχουμε άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών $SSE=0.9124$ και για το πολυώνυμο βαθμού 8 $SSE=0.6655$.