

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΗΥ200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ Μικρομάστορα Παρασκευή ΑΕΜ=333

2η ΕΡΓΑΣΙΑ: Προσέγγιση συναρτήσεων και δεδομένων: Μέθοδος Taylor και πολυωνυμική παρεμβολή - Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

ΑΣΚΗΣΗ1:Ο πίνακας που ζητείται με τα αποτελέσματα είναι:

n	f(.3)	p(.3)	Εκτίμηση σφάλματος
2	0.30769231	-1.2500000	96.72523090
4	0.30769231	3.81250000	2592.075448
6	0.30769231	-7.5781250	58431.83431

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα παρατηρούμε ότι έχουμε μικρότερο σφάλμα με το πολυωνύμου δευτέρου βαθμού που υπολογίζεται με τη μέθοδο Taylor.

ΑΣΚΗΣΗ2:Για την συνάρτηση $f(x) = \exp(-4x^2)$ υπολογίζουμε με τη βοήθεια των συναρτήσεων matrix-generator και evaluatepolynomial τα πολυώνυμα που την παρεμβάλλουν σε 3,7,13,31,61 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα [-3,3].Επίσης υπολογίζουμε το σφάλμα χρησιμοποιώντας 601 ισαπέχοντα σημεία και πάλι στο διάστημα [-3,3]για κάθε πολυώνυμο και παίρνουμε τα αποτελέσματα: σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 3 σημεία: 0.87267038, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 7 σημεία:0.96786931, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 13 σημεία:6.56057959, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 31 σημεία:86.64594694, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 61 σημεία:6.87406189.

ΑΣΚΗΣΗ3:Χρησιμοποιώντας και πάλι την προηγούμενη συνάρτηση παίρνουμε τα σημεία που προκύπτουν από τον τύπο:

$$3 \cos \left(\frac{2i+1}{n+1} \frac{\pi}{2} \right), \quad i = 0, \dots, n$$

Παίρνουμε αποτελέσματα: σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 3 σημεία:0.99355898, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 7 σημεία:0.68045626, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 13 σημεία:0.20048991, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 31 σημεία:0.00047881, σφάλμα πολυωνύμου παρεμβολής για 61 σημεία:0.00003506. Έτσι,βλέπουμε ότι όσο περισσότερα είναι τα σημεία τα οποία χρησιμοποιούμε για τη συνάρτηση παρεμβολής τόσο μικρότερο είναι το σφάλμα μεταξύ των 2 συναρτήσεων(αρχικής και παρεμβολής).Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε και από τη γραφική παρασταση. συνάρτηση.

ΑΣΚΗΣΗ4:

σημεία	Εκτίμηση σφάλματος
7	0.2533677
13	0.0115764
31	0.000931
61	0.0000524

Στον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των σημείων παρεμβολής τόσο ελαττώνεται το σφάλμα. Με χρήση, τώρα, της spline για 13 σημεία για τον υπολογισμό της $f(x)$ παίρνουμε ως σφάλμα 0.2202801

ΑΣΚΗΣΗ 5. Υπολογίζουμε εδώ τους συντελεστές των όρων του πολυωνύμου, γνωρίζοντας τις συνταταγμένες των σημείων και το βαθμό του πολυωνύμου παρεμβολής. Τώρα μπορούμε να υπολογίσουμε το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ των σημείων παρεμβολής και του πολυωνύμου $SSE=1.3911$.

ΑΣΚΗΣΗ 6. Παρόμοια με την Άσκηση 5 βρίσκουμε για το πολυώνυμο βαθμού 4 ότι έχουμε άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών $SSE=0.9124$ και για το πολυώνυμο βαθμού 8 $SSE=0.6655$.