

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ**  
**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**HY200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ**

**ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ & ΕΡΓΑΣΙΑ 2: Προσέγγιση συναρτήσεων και δεδομένων: Μέθοδος Taylor και πολυωνυμική παρεμβολή - Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων**

**ΜΕΘΟΔΟΣ TAYLOR ΚΑΙ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ.**

**ΑΣΚΗΣΗ 1:** Παρατηρώ ότι, επειδή οι παράγωγοι περιττού βαθμού έχουν παραγώντα  $x$  (που στο 0 μηδενίζει την παραγωγή), τα πολυωνυμα Taylor περιττου βαθμού είναι ίσα με τα κατά 1 βαθμό μικρότερα αρτία πολυωνυμα.

n	f(.3)	p(.3)	Εκτίμηση σφάλματος
2	0.30769231	-1.25000000	9.67252309
4	0.30769231	3.81250000	2592.07544886
6	0.30769231	-7.57812500	58431.83431360

♣

**ΑΣΚΗΣΗ 2:** Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 3 σημεία είναι: 0.87267038. Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 7 σημεία είναι: 0.96786931. Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 13 σημεία είναι: 6.56057959. Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 31 σημεία είναι: 86.64594694. Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 61 σημεία είναι: 6.87406189.

**ΑΣΚΗΣΗ 3:**

Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 3 σημεία είναι: 0.99380400. Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 7 σημεία είναι: 0.68068888. Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 13 σημεία είναι: 0.20063964. Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 31 σημεία είναι: 0.00048050. Το σφάλμα με πολυωνυμο παρεμβολής σε 61 σημεία είναι: 0.00002501.

Στη συγκεκριμένη συνάρτηση παρατηρώ ότι όσο πιο πολλά είναι τα σημεία παρεμβολής, τόσο μικραίνει το σφάλμα.

**ΑΣΚΗΣΗ 4.** Υπολογίστε τις κυβικές spline που παρεμβάλλουν την  $f(x) = \exp(-4x^2)$ , σε 7, 13, 31 και 61 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα  $[-3, 3]$ . Κάντε τις γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης και των spline σ' ένα γραφικό παράθυρο, και υπολογίστε σε κάθε περίπτωση το μέγιστο κατά απόλυτη τιμή σφάλμα χρησιμοποιώντας 601 ισαπέχοντα σημεία. Παρουσιάστε τα σφάλματα σ' ένα πίνακα, και γράψτε τα σχόλια σας. Χρησιμοποιήστε τη spline με τα 13 σημεία, για να υπολογίσετε την  $f$  στο  $[-5, 5]$ . Κάντε την γραφική παράσταση και υπολογίστε το σφάλμα σε 1001 ισαπέχοντα σημεία του διαστήματος  $[-5, 5]$ . ♣

Εκτίμηση σφάλματος
0.2534
0.0116
9.3140e-004
5.2400e-005

♣

**ΑΣΚΗΣΗ 5.**  $sse = 1.3911$

**ΑΣΚΗΣΗ 6.** 4ου  $sse = 0.9124$ . 8ου  $sse = 0.6655$ . Παρατηρούμε ότι τα αθροίσματα των τετραγώνων των διαφορών, αυξάνουν όσο αυξάνουν οι βαθμοί του πολωνύμου.