

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ**  
**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**HY200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ**  
**ΧΑΤΖΗ ΒΑΣΙΛΙΚΗ ΑΕΜ336**

**ΕΡΓΑΣΙΑ 2: Προσέγγιση συναρτήσεων και δεδομένων: Μέθοδος Taylor και πολυωνυμική παρεμβολή - Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων**

ΑΣΚΗΣΗ1:Ο πίνακας με τα αντίστοιχα αποτελέσματα είναι ο εξής:

n	f(.3)	p(.3)	Εκτίμηση σφάλματος
2	0.30769231	-1.2500000	96.72523090
4	0.30769231	3.81250000	2592.075448
6	0.30769231	-7.5781250	58431.83431

Παρατηρούμε ότι η συγκεκριμένη συνάρτηση προσεγγίζεται καλύτερα,δηλαδή δημιουργείται μικρότερο σφάλμα ,μέσω του πολωνύμου δευτέρου βαθμού που υπολογίζεται με τη βοήθεια της μεθόδου Taylor.Αυτό το διαπιστώνουμε κοιτάζοντας την εκτίμηση σφάλματος από τον παραπάνω πίνακα.

ΑΣΚΗΣΗ2:Για την συνάρτηση  $f(x) = \exp(-4x^2)$  υπολογίζουμε μέσω MATLAB και με τη βοήθεια των συναρτήσεων matrixgenerator και evaluatepolynomial τα πολωνύμα που την παρεμβάλλουν σε 3,7,13,31,61 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα [-3,3].Έπειτα,χρησιμοποιώντας 601 ισαπέχοντα σημεία στο ίδιο διάστημα υπολογίζουμε το σφάλμα για κάθε ένα πολωνύμιο και παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα: σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 3 σημεία: 0.87267038, σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 7 σημεία:0.96786931, σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 13 σημεία:6.56057959, σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 31 σημεία:86.64594694, σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 61 σημεία:6.87406189.

ΑΣΚΗΣΗ3:Για την συνάρτηση της προηγούμενης άσκησης τώρα αντί για ισαπέχοντα σημεία χρησιμοποιούμε αυτά που προκύπτουν από τον τύπο

$$3 \cos \left( \frac{2i+1}{n+1} \frac{\pi}{2} \right), \quad i = 0, \dots, n$$

Παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα: σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 3 σημεία:0.99355898, σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 7 σημεία:0.68045626, σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 13 σημεία:0.20048991, σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 31 σημεία:0.00047881, σφάλμα πολωνύμου παρεμβολής για 61 σημεία:0.00003506.

Παρατηρούμε ότι όσο περισσότερα είναι τα σημεία τα οποία χρησιμοποιούμε για να βρούμε συνάρτηση παρεμβολής τόσο μικρότερο είναι το σφάλμα μεταξύ της συνάρτησης παρεμβολής και της δοθείσας συνάρτησης.Επίσης,αυτ φαίνεται και από τη γραφική παράσταση στην οποία βλέπουμε ότι αυξάνοντας σταδιακά το πλήθος των σημείων οι συναρτήσεις παρεμβολής τείνουν να ταυτιστούν με την δοθείσα συνάρτηση.

ΑΣΚΗΣΗ4:

σημεία	Εκτίμηση σφάλματος
7	0.2533677
13	0.0115764
31	0.000931
61	0.0000524



Από τον παραπάνω πίνακα που περιέχει τα σφάλματα για κάθε μία συνάρτηση παρεμβολής ανάλογα με το πλήθος των σημείων που παρεμβάλλει παρατηρούμε ότι και πάλι όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των σημείων παρεμβολής τόσο πιο κατάλληλη είναι η συνάρτηση παρεμβολής που βρίσκουμε (αφού μικραίνει όλο και περισσότερο το σφάλμα). Χρησιμοποιώντας τώρα τη spline για 13 σημεία για τον υπολογισμό της  $f(x)$  στο διάστημα  $[-5,5]$  και 1001 σημεία για τον υπολογισμό του σφάλματος παίρνουμε ως αποτέλεσμα σφάλμα 0.22028010

**ΑΣΚΗΣΗ 5.** Έχοντας σαν δεδομένα τις συντεταγμένες των σημείων που θέλουμε να παρεμβάλουμε καθώς και το βαθμό του πολυωνύμου παρεμβολής υπολογίζουμε τους συντελεστές των όρων του πολυωνύμου (αφού αυτοί είναι άγνωστοι και είναι απαραίτητοι για τον καθορισμό του ). Έτσι καταλήγουμε στην τελική μορφή του πολυωνύμου. Επομένως, υπολογίζουμε το τελικό ζητούμενο που είναι το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ των σημείων παρεμβολής και του πολυωνύμου  $SSE=1.3911$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 6.** Με τον ίδιο τρόπο που εφαρμόσαμε στην άσκηση 5 βρίσκουμε ότι για το πολυώνυμο βαθμού 4 έχουμε άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών  $SSE=0.9124$  και για το πολυώνυμο βαθμού 8  $SSE=0.6655$ .