

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΗΥ200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ
ΕΡΓΑΣΙΑ 3. ΕΠΙΛΟΓΗ 3

Ράμμου Μαρία-Αικατερίνη

AEM:278

username:marammou

Άσκηση 3α.

Ισχύει πως: $f(h) = f(0) + hf'(0) + (h^2/2)f''(0) +$ κάποιο σφάλμα (σχέση 1)

και $f(-h) = f(0) - hf'(0) + (h^2/2)f''(0) +$ κάποιο σφάλμα (σχέση 2)

Αν αφαιρέσουμε αυτές τις δύο σχέσεις έχουμε $f(h) - f(-h) = 2hf'(0)$. Τελικά προκύπτει το πρώτο ζητούμενο, δηλαδή $f'(0) \approx \frac{f(h)-f(-h)}{2h}$.

Η δεύτερη σχέση προκύπτει αν προσθέσουμε τις δύο σχέσεις κατά μέλη

Άσκηση 3β.

Ουσιαστικά παίρνουμε τις δύο προηγούμενες εξισώσεις και παίζουμε με τους συντελεστές. Πολλαπλασιάζουμε τη σχέση 1 με 16. Έτσι έχουμε $16f(h) = 16f(0) + 16hf'(0) + 8h^2f''(0)$ (σχέση 3) και τη σχέση 2 επίσης με 16 δηλαδή $16f(-h) = 16f(0) - 16hf'(0) + 8h^2f''(0)$ (σχέση 4). Επίσης δημιουργούμε δύο καινούριες σχέσεις οι οποίες είναι οι $f(2h) = f(0) + 2hf'(0) + 2h^2f''(0)$ (σχέση 5) και η $f(-2h) = f(0) - 2hf'(0) + 2h^2f''(0)$ (σχέση 6). Πολλαπλασιάζουμε τις δύο τελευταίες σχέσεις με 2 και έχουμε τα εξής αποτελέσματα $2f(2h) = 2f(0) + 4hf'(0) + 4h^2f''(0)$ (σχέση 7) και $2f(-2h) = 2f(0) - 4hf'(0) + 4h^2f''(0)$ (σχέση 8). Αφαιρώντας τις σχέσεις 3,4,7 και 8 κατά μέλη προκύπτει το πρώτο ζητούμενο.

Για το δεύτερο ζητούμενο πολλαπλασιάζω τη σχέση 1 με 80 και την προσθέτω στη σχέση 2 την οποία έχω πρώτα πολλαπλασιάσει με 80 και προκύπτει η σχέση 9: $80f(h) + 80f(-h) = 160f(0) + 80h^2f''(0)$. Επίσης πολλαπλασιάζω τις σχέσεις 5 και 6 με το 5 και προσθέτω τις δύο σχέσεις που προκύπτουν. Έτσι τελικά έχουμε τη σχέση 10: $5f(2h) + 5f(-2h) = 10f(0) + 20h^2f''(0)$. Αφαιρώντας τις σχέσεις 9 και 10 έχουμε τη ζητούμενη έκφραση: $f''(0) = \frac{80f(h)+80f(-h)-5f(2h)-5f(-2h)-150f(0)}{60h^2}$.

Η τάξη του σφάλματος είναι πάλι 2, δηλαδή $O(h^2)$