

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ**  
**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΗΥ200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ**  
**ΕΡΓΑΣΙΑ 3. ΕΠΙΛΟΓΗ 3**

Φλώρου Χρυσούλα

ΑΕΜ:385

Άσκηση 3α.

Έχουμε:  $f(h) = f(0) + hf'(0) + (h^2/2)f''(0) + \text{κάποιο σφάλμα (σχέση 1)}$

και  $f(-h) = f(0) - hf'(0) + (h^2/2)f''(0) + \text{κάποιο σφάλμα (σχέση 2)}$

Αν αφαιρέσουμε αυτές τις δύο σχέσεις έχουμε  $f(h) - f(-h) = 2hf'(0)$ . Άρα προκύπτει το πρώτο ζητούμενο, δηλαδή  $f'(0) \approx \frac{f(h)-f(-h)}{2h}$ .

Η δεύτερη σχέση προκύπτει αν προσθέσουμε τις δύο σχέσεις κατά μέλη

Άσκηση 3β.

Παίρνουμε τις δύο προηγούμενες εξισώσεις και παίζουμε με τους συντελεστές. Πολλαπλασιάζουμε τη σχέση 1 με 16. Έτσι έχουμε  $16f(h) = 16f(0) + 16hf'(0) + 8h^2f''(0)$  (σχέση 3) και τη σχέση 2 επίσης με 16 δηλαδή  $16f(-h) = 16f(0) - 16hf'(0) + 8h^2f''(0)$  (σχέση 4). Επίσης δημιουργούμε δύο καινούριες σχέσεις οι οποίες είναι οι  $f(2h) = f(0) + 2hf'(0) + 2h^2f''(0)$  (σχέση 5) και η  $f(-2h) = f(0) - 2hf'(0) + 2h^2f''(0)$  (σχέση 6). Πολλαπλασιάζουμε τις δύο τελευταίες σχέσεις με 2 και έχουμε τα εξής αποτελέσματα  $2f(2h) = 28$ .

$1802809 : 80f(h) + 80f(-h) = 160f(0) + 80h^2f''(0)$ . Επίσης πολλαπλασιάζω τις σχέσεις 5 και 6 με το 5 και προσθέτω τις δύο σχέσεις που προκύπτουν. Έτσι τελικά έχουμε τη σχέση 10:  $5f(2h) + 5f(-2h) = 10f(0) + 20h^2f''(0)$ . Αφαιρώντας τις σχέσεις 9 και 10 έχουμε τη ζητούμενη έκφραση:  $f''(0) = \frac{80f(h)+80f(-h)-5f(2h)-5f(-2h)-150f(0)}{60h^2}$ .

Η τάξη του σφάλματος είναι πάλι 2, δηλαδή  $O(h^2)$