

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΗΥ200: ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Rabaouni Harikleia A.E.M:313

ΕΡΓΑΣΙΑ 2: Προσέγγιση συναρτήσεων και δεδομένων: Μέθοδος Taylor και πολυωνυμική παρεμβολή - Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

ΑΣΚΗΣΗ 1: Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Taylor για τα πολυώνυμα βαθμού 2, 4 και 6 ως προς το σημείο 0 της συνάρτησης $\frac{1}{1+25x^2}$ και να βρείτε σε κάθε περίπτωση τα ανώτερα φράγματα του σφάλματος για το διάστημα $[-1, 1]$. Παραθέτω τον πίνακα:

n	f(.3)	p(.3)	Εκτίμηση σφάλματος
2	0.30769231	-1.25000000	9.67252309
4	0.30769231	3.81250000	2592.07544886
6	0.30769231	-7.57812500	58431.83431360

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Παρατηρούμε ότι το σφάλμα αυξάνει ανάλογα με το βαθμό του εκάστοτε πολυωνύμου.

ΑΣΚΗΣΗ 2: Υπολογίζω τα πολυώνυμα που παρεμβάλλουν τη συνάρτηση $f(x) = \exp(-4x^2)$ σε 3, 7, 13, 31, 61 ισάριθμα σημεία του $[-3, 3]$ και να βρείτε το σφάλμα, χρησιμοποιώντας 601 ισάριθμα σημεία στο $[-3, 3]$:

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 3 σημεία είναι 0.87267038

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 7 σημεία είναι 0.96786931

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 13 σημεία είναι 6.56057959

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 31 σημεία είναι 86.64594694

Το σφάλμα με πολυώνυμο παρεμβολής σε 61 σημεία είναι 6.87406189

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Παρατηρώ ότι στην τέταρτη περίπτωση, δηλαδή για 31 ισάριθμα σημεία στο διάστημα $[-3, 3]$

έχω μεγαλύτερο σφάλμα στην παρεμβολή.

ASKHSH 3: Akolouthw thn idia diadikasia me thn askhsh2 mono pou auth th fora ta shmeia pou epilegw den einai isapexonta alla prokyptoun apo ton parakatw typo:

$$3 \cos \left(\frac{2i+1}{n+1} \frac{\pi}{2} \right), \quad i = 0, \dots, n$$

Ta sfalmata einai:

To sfalma me polywnymo parembolhs se 3 shmeia einai 0.99380400

To sfalma me polywnymo parembolhs se 7 shmeia einai 0.68068888

To sfalma me polywnymo parembolhs se 13 shmeia einai 0.20063964

To sfalma me polywnymo parembolhs se 31 shmeia einai 0.00048050

To sfalma me polywnymo parembolhs se 61 shmeia einai 0.00002501

PARATHRHSEIS: Parathroume eukola oti oso auksanoume ton arithmo tw n shmeiwn pou xrhsimopoioume,

to sfalma meiwnetai p.x. gia 3 shmeia exw sfalma 0.99380400, enw gia 61 shmeia exw poly mikrotero sfalma pou isoutai me 0.00002501.

ASKHSH 4: Ypologizw tis kyvikes splines pou paremvalloun th synarthsh $f(x) = \exp(-4x^2)$, se 7, 13, 31, 61 isapexonta shmeia sto $[-3, 3]$.

O pinakas me ta apotelesmata pou prokyptoun einai sto diasthma $[-3, 3]$:

n	Ektimhsh sfalmatos
7	0.2534
13	0.0116
31	9.3140e-004
61	5.2400e-005

O pinakas me ta apotelesmata pou prokyptoun einai sto diasthma $[-3, 3]$:

n	Ektimhsh sfalmatos
13	0.1384

ASKHSH 5: Ypologizw tous syntelestes tou polywnymou 2^{00} vathmou kanontas xrhsh ths methodou elaxistwn tetragwnwn kathws kai twn dedomenwn tou provlimatos 9.

Shmeia	Dedomena					
1	2.07458	1.78801	2.07548	1.97954	2.08945	1.63480
7	2.03053	1.74630	1.79267	1.42920	1.14101	1.32438
13	1.17944	0.93214	0.87631	0.80062	0.69002	0.79622
19	0.73527	0.60637	0.80011	0.95631	0.64858	0.95624
25	0.62853	0.55175	0.90018	1.00167	0.60299	1.05339
31	0.87300	0.99931	1.01089	1.11733	0.95633	1.15222
37	1.09389	0.86498	1.04563	1.11432	1.15554	

PARATHRHSEIS: Trexontas ton kwdika sto MATLAB emfanizetai h grafikh parastash opou parathroume oti h proseggish einai kalh. To athroisma twn tetragwnwn twn diaforwn opws prokypetei apo tis prakseis einai $sse = 1.3911$

ASKHSH 6: Vriskw ta polywnyma 2^{00} kai 8^{00} vathmou, pou proseggizoun ta dedomena tou provlimatos 9 me veltisto tropo.

Athroismata tetragwnwn twn diaforwn:

Vathmos poluwnymou	sse
4	0.9124
8	0.6655