

Παράδειγμα 1:

Στις στήλες 1, 2, και 3 του πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι τιμές του χρόνου t ανά 6hr, οι μετρημένες τιμές εισροής I , γεγονόςτος πλημμύρας στη διατομή ελέγχου (1) και οι μετρημένες τιμές της εκροής Q , στη διατομή ελέγχου (2), αντίστοιχα. **Ζητούνται** οι τιμές των παραμέτρων x και K .

Λύση

Καταρτίζεται ο ακόλουθος πίνακας, όπου:

στήλη (5): είναι το ΣA , δηλ. το Σ του αριθμητή της σχέσης

$$K = \frac{0.5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{P}$$

ή από

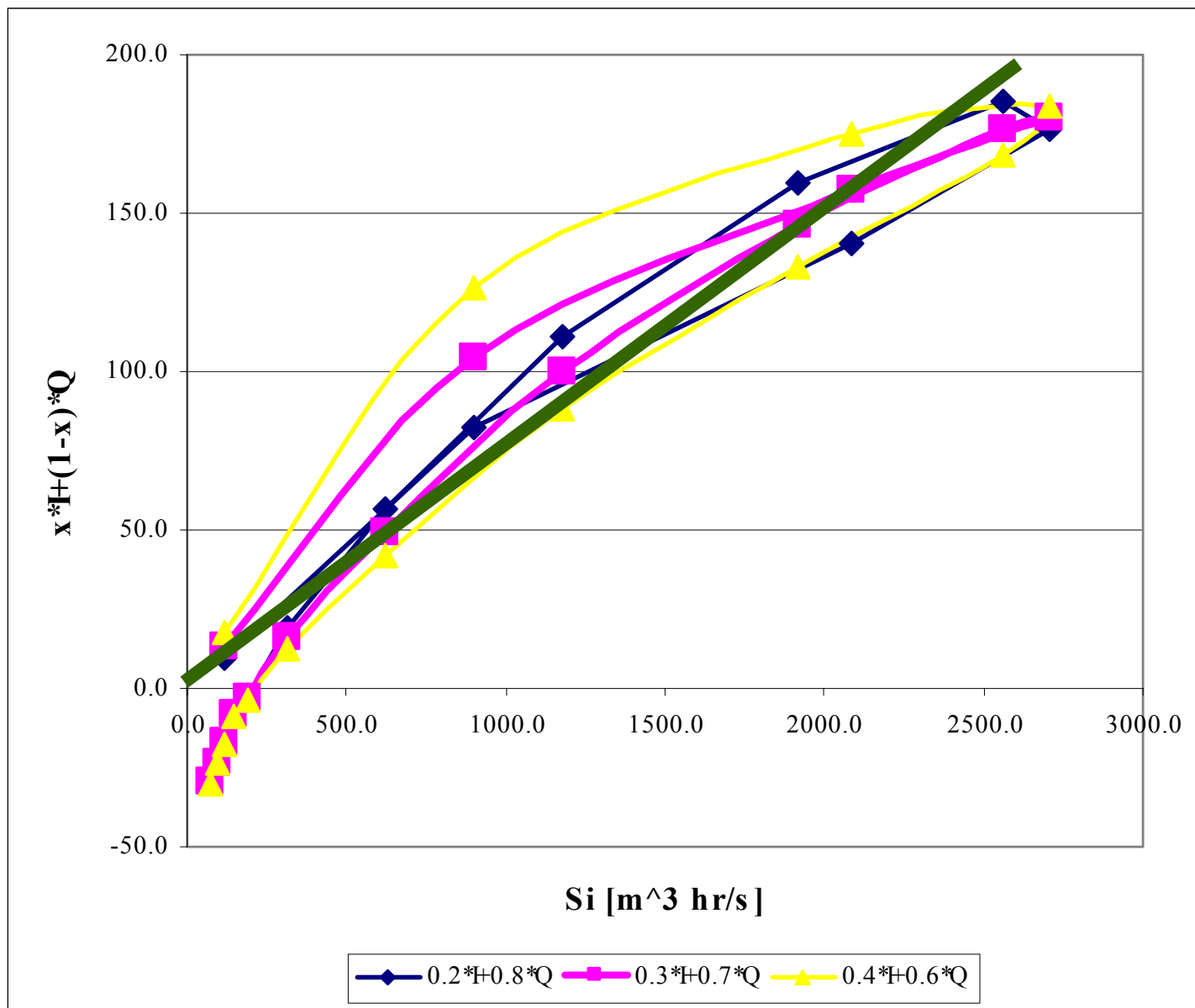
$$S_t = S_0 + \int_0^t (I - Q)dt$$

στήλες (6,7,8): το Σ των ζυγισμένων τιμών για τις δοκιμαστικές τιμές $x=0.2, 0.3, 0.4$

$$[xI + (1-x)Q]$$

t (hr)	I (m ³ /s)	Q (m ³ /s)	I-Q (m ³ /s)	Si (m ³ hr/s)	0.2*I+0.8*Q	0.3*I+0.7*Q	0.4*I+0.6*Q
1	2	3	4	5	6	7	8
0	70.4	70.4	0.0	120.0	9.6	13.6	17.6
6	112.0	72.0	40.0	902.4	82.6	104.6	126.7
12	329.6	108.8	220.8	2083.2	140.2	157.4	174.7
18	348.8	176.0	172.8	2707.2	176.6	180.2	183.7
24	275.2	240.0	35.2	2563.2	185.0	176.6	168.3
30	188.8	272.0	-83.2	1920.0	159.4	146.2	133.1
36	124.8	256.0	-131.2	1180.8	111.4	99.8	88.3
42	89.6	204.8	-115.2	624.0	56.3	49.3	42.2
48	70.4	140.8	-70.4	316.8	19.2	16.0	12.8
54	64.0	96.0	-32.0	192.0	-1.9	-2.9	-3.8
60	60.8	70.4	-9.6	144.0	-7.7	-8.3	-9.0
66	57.6	64.0	-6.4	115.2	-16.6	-17.0	-17.3
72	51.2	54.4	-3.2	96.0	-23.0	-23.4	-23.7
78	44.8	48.0	-3.2	76.8	-29.4	-29.8	-30.1
84	38.4	41.6	-3.2				

Προσδιορισμός των τιμών α και K της μεθόδου Muskingum



Προσδιορισμός των τιμών x και K της μεθόδου Muskingum

Παρατηρείται, ότι **η ποιο στενή αναδιπλούμενη καμπύλη** στο διάγραμμα, προκύπτει για $\chi=0.2$.

Η **παράμετρος K** υπολογίζεται ως η κλίση της προσεγγιστικής ευθείας στην καμπύλη αυτή, ίση με:

$$K=2400/200=\mathbf{12\ hr}$$

Η παράμετρος K αντιστοιχεί στο μέσο χρόνο διαδρομής της αιχμής της πλημμύρας από τη διατομή ελέγχου (1) στη διατομή ελέγχου (2).

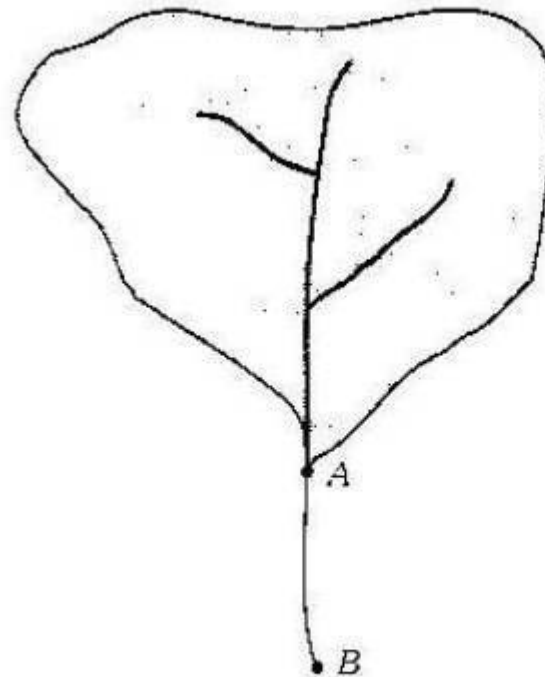
Πράγματι στη στήλη (2) του πίνακα η αιχμή εισροής είναι ίση με $348.8\ \text{m}^3/\text{s}$ και εκδηλώνεται τη 18η ώρα, ενώ η αιχμή της εκροής είναι ίση με $272\ \text{m}^3/\text{s}$ και εκδηλώνεται την 30η ώρα, δηλαδή η διαφορά τους είναι **12 hr**, όπως υπολογίσθηκε παραπάνω.

Παράδειγμα 2:

Στην έξοδο A λεκάνης απορροής δίνεται το υδρογράφημα πλημμύρας. Στη θέση B κατάντη του A **ζητείται** η παροχή σχεδιασμού $Q_{\max}$ του υδατορεύματος.

Η διόδευση να γίνει με τη μέθοδο **Muskingum**. Δίνονται επίσης: συντελεστής $x=0.22$, χρονική απόσταση $K=2\text{hr}$, χρονικό βήμα διόδευσης $\Delta t=1\text{hr}$.

Λύση



Η λεκάνη απορροής και το τμήμα AB του υδατορεύματος.

Λύση

Πρώτα προσδιορίζονται οι ποσότητες C_1 , C_2 , C_3 .

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K(1-x) + 0.5\Delta t} = \frac{2 * 0.22 + 0.5 * 1}{2(1-0.22) + 0.5 * 1} = 0.456$$

$$C_2 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K(1-x) + 0.5\Delta t} = \frac{-2 * 0.22 + 0.5 * 1}{2(1-0.22) + 0.5 * 1} = 0.029$$

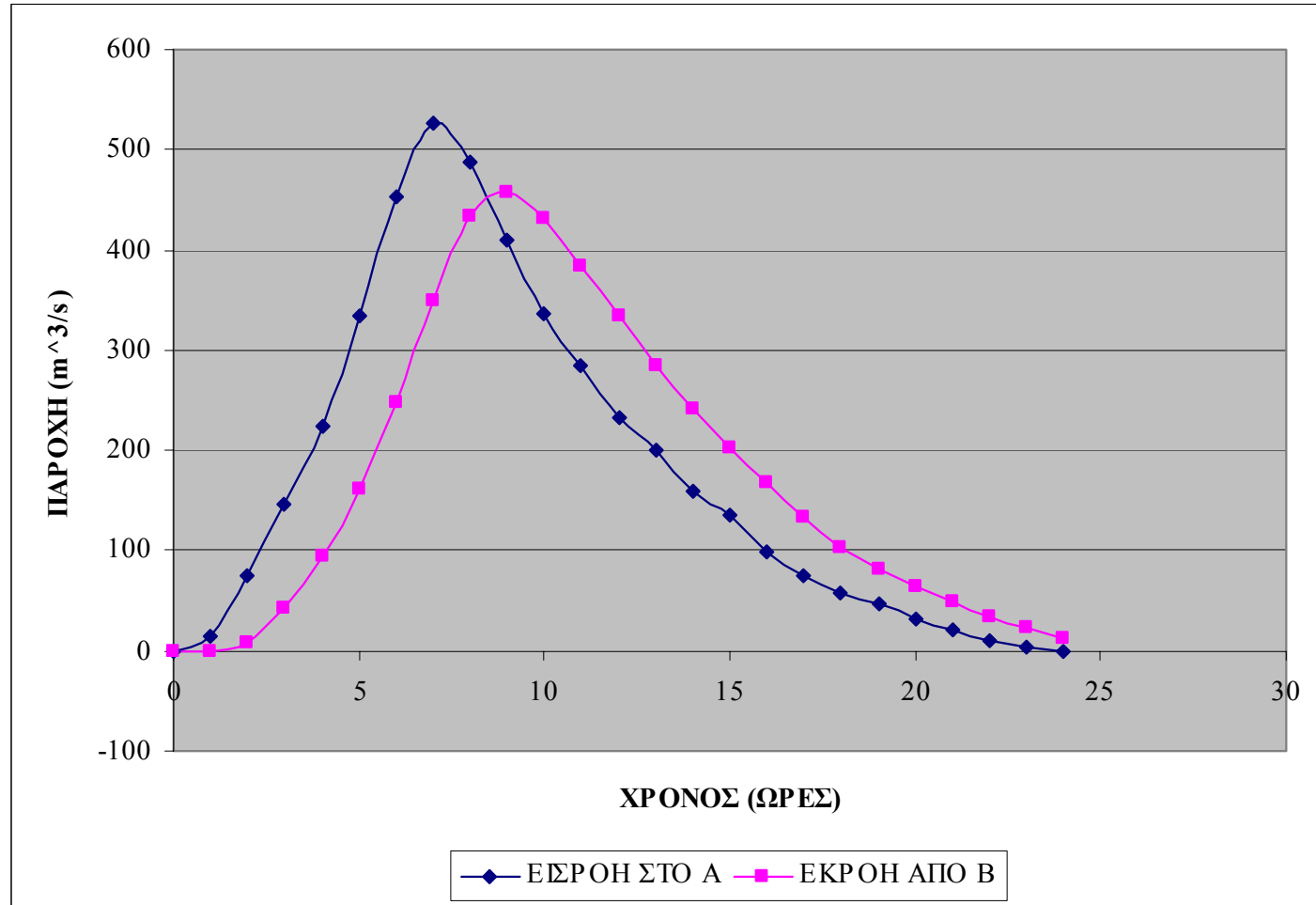
$$C_3 = \frac{(1-x)K - 0.5\Delta t}{K(1-x) + 0.5\Delta t} = \frac{(1-0.22) * 2 - 0.5 * 1}{2(1-0.22) + 0.5 * 1} = 0.515$$

Στη συνέχεια εφαρμόζεται διαδοχικά η σχέση:

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

t (hr)	I (m ³ /s)	Q (m ³ /s)
1	2	3
0	0	0.0
1	14	0.4
2	74	8.7
3	147	42.5
4	224	95.4
5	334	161.0
6	453	248.3
7	527	349.7
8	488	434.6
9	409	458.2
10	336	432.2
11	284	384.0
12	233	334.0
13	200	284.1
14	160	242.1
15	135	201.6
16	98	168.2
17	74	133.5
18	58	104.2
19	46	81.4
20	32	63.8
21	20	48.0
22	10	34.2
23	3	22.2
24	0	12.8

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$



Παράδειγμα 3:

Στον ακόλουθο πίνακα φαίνονται τα υδρογραφήματα 2 σταθμών υδρομετρήσεων κατά μήκος ενός ποταμού που αναφέρονται σε ένα πλημμυρικό γεγονός.

Ζητούνται :

α. Οι σταθερές K και x της μεθόδου Muskingum που αναφέρονται στο τμήμα μεταξύ των δύο σταθμών.

β. Να γίνει η διόδευση της πλημμύρας που φαίνεται στον πίνακα διαμέσου του τμήματος μεταξύ των σταθμών .

Δίνεται ότι κατά την αρχή της πλημμύρας η παροχή στον κατάντη σταθμό ήταν $14,3 \text{ m}^3/\text{sec}$.

Παράδειγμα 3:

Υδρογράφημα των 2 σταθμών για δεδομένη πλημμύρα

ΧΡΟΝΟΣ (ΗΜΕΡΕΣ)	1η	2η	3η	4η	5 ^η	6η	7η	8η	9η	10η	11η	12	13 ^η
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ I (m ³ /sec)	15.5	18.4	24.1	33.1	56.6	58.1	49.8	39.4	33.4	24.6	18.7	14.4	12.0
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ II (m ³ /sec)	14.3	15.9	18.6	24.5	36.0	52.8	55.3	48.4	39.7	31.9	26.8	19.0	13.4

Υδρογράφημα 1^ο σταθμού

ΧΡΟΝΟΣ (ΩΡΕΣ)	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ I (m ³ /sec)	15	19,1	26,4	36,5	44,8	47,2	45	41,2	37,2	35,5
ΧΡΟΝΟΣ (ΩΡΕΣ)	120	132	144	156	168	180	192	204		
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ I (m ³ /sec)	33,6	31,7	29	27,4	26,1	24,5	23	21,7		

Λύση:

α. Οι σταθερές K και x συνδέονται με τη σχέση :

$$K = \frac{0,5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{\Pi}$$

όπου I παροχή στο σταθμό I (m^3/sec)

Q “ “ “ II (m^3/sec)

Δt χρονικό βήμα μετρήσεων (hr)

Υπολογίζονται οι αθροιστικές τιμές των A και Π για διάφορες τιμές του x

Αν παρασταθούν γραφικά και για κάθε x προκύπτουν οι αναδιπλούμενες καμπύλες του σχήματος. Εκεί φαίνεται ότι η τιμή του x , για την οποία η αναδιπλούμενη καμπύλη είναι πιο ομαλή και τείνει να εκφυλιστεί σε ευθύγραμμο τμήμα είναι $x = 0,20$

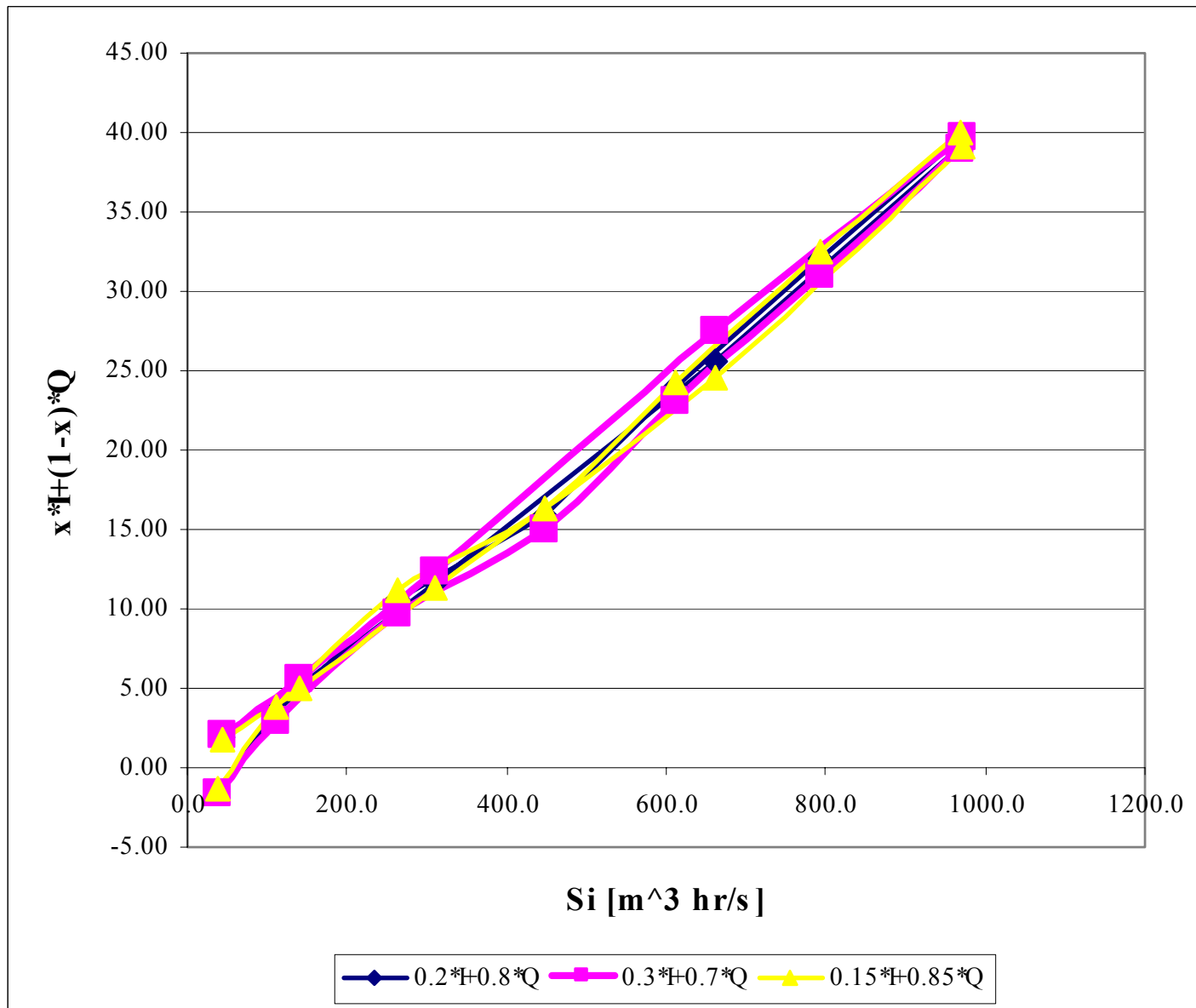
Αθροιστικές τιμές ΣΑ κ ΣΠ

$$K = \frac{0,5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1 - x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{\Pi}$$

t (hr)	I (m ³ /s)	Q (m ³ /s)	I-Q (m ³ /s)	Si (m ³ hr/s)	0.2*I+0.8*Q	0.3*I+0.7*Q	0.15*I+0.85* Q
1	2	3	4	5	6	7	8
0	15.5	14.3	1.2	44.4	1.86	1.99	1.80
24	18.4	15.9	2.5	140.4	5.16	5.59	4.95
48	24.1	18.6	5.5	309.6	11.68	12.42	11.31
72	33.1	24.5	8.6	660.0	25.58	27.52	24.61
96	56.6	36.0	20.6	970.8	39.32	39.73	39.12
120	58.1	52.8	5.3	968.4	39.66	38.99	40.00
144	49.8	55.3	-5.5	794.4	32.06	31.04	32.57
168	39.4	48.4	-9.0	610.8	23.90	23.15	24.28
192	33.4	39.7	-6.3	447.6	15.90	15.05	16.33
216	24.6	31.9	-7.3	262.8	10.64	9.71	11.11
240	18.7	26.8	-8.1	110.4	3.54	2.96	3.83
264	14.4	19.0	-4.6	38.4	-1.42	-1.68	-1.29
288	12.0	13.4	-1.4				

Αθροιστικές τιμές ΣΑ κ ΣΠ

$$K = \frac{0,5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{\Pi}$$



Η τιμή του K θα είναι
η κλίση της προσεγγιστικής
ευθείας :

$$K=960/40=24\text{hr}$$

$$K = \frac{0,5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{\Pi}$$

β) Η διόδευση θα γίνει με τη βοήθεια της σχέσης:

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

$$D = 0,5\Delta t + (1-x)K$$

$$D = 0,5 * 12 + 0,8 * 24 = 25,20$$

$$C_1 = (0,5\Delta t + xK) / D$$

$$C_1 = (0,5 * 12 + 0,2 * 24) / 25,20 = 0,430$$

$$C_2 = (0,5\Delta t - xK) / D$$

$$C_2 = (0,5 * 12 - 0,2 * 24) / 25,20 = 0,050$$

$$C_3 = -0,5\Delta t + (1-x)K / D$$

$$C_3 = (-0,5 * 12 + 0,8 * 24) / 25,20 = 0,520$$

β) Πίνακας διόδευσης

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

t (hr)	I (m^3/s)	Q (m^3/s)			
1	2	3		C1=	0.43
0	15.5	14.30		C2=	0.05
24	18.4	15.02		C3=	0.52
48	24.1	16.93			
72	33.1	20.82			
96	56.6	27.89			
120	58.1	41.75			
144	49.8	49.18			
168	39.4	48.96			
192	33.4	44.07			
216	24.6	38.51			
240	18.7	31.54			
264	14.4	25.16			
288	12.0	19.88			

Γράφημα διόδευσης

