



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
ΣΤΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ**

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ –Τετραγωνικές μορφές

Διδάσκουσα : Δρ. Μ. Αδάμ

1. Σε κάθε μία από τις επόμενες τετραγωνικές μορφές να βρείτε την αντίστοιχη διαγώνια τετραγωνική μορφή της.

i) $q_1(x) = x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2$ του \mathbb{R}^2

ii) $q_2(x) = x_1^2 - 6x_1x_2 + x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2$ του \mathbb{R}^3

iii) $q_3(x) = 4x_1^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2$ του \mathbb{R}^3

2. Να εξετασθούν τα πρόσημα των επόμενων τετραγωνικών μορφών (θετικά ορισμένες, ημιθετικά ορισμένες κλπ.)

i) $q_1(x) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 - 2x_2x_3 + 2x_3^2$ του \mathbb{R}^3

ii) $q_2(x) = 6x_1^2 + 10x_1x_2 + 6x_2^2 + 5x_3^2$ του \mathbb{R}^3

iii) $q_3(x) = 8x_1^2 + 8x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2^2 + 4x_3^2$ του \mathbb{R}^3

iv) $q_4(x) = -x_1^2 + 8x_1x_2 - 16x_2^2 - 4x_3^2$ του \mathbb{R}^3

Στη συνέχεια, να βρείτε μια διαγώνια τετραγωνική μορφή για καθεμιά.

3. Να βρείτε το είδος των επόμενων επιφανειών

i) $3x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 - 2x_2x_3 + 3x_3^2 - 36 = 0$

ii) $4x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + x_1 + x_3 + 2 = 0$

iii) $4x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2^2 - 2x_2x_3 + 4x_3^2 = 1$

4. Να βρείτε το είδος των επόμενων καμπύλων.

i) $3x_1^2 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 + 2x_1 - 2x_2 = 18$

ii) $2x_1^2 - 6x_1x_2 + 2x_2^2 + 2x_1 - 3x_2 = 4$

5. Να βρείτε και να χαρακτηρίσετε τα ακρότατα των επόμενων συναρτήσεων (αν υπάρχουν).

i) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 - 2x_3^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 + 5$

ii) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 6x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_3x_1 + 8 + 2x_2x_3$

iii) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 - x_3^2 + x_1x_2 + 2x_3 - 20$

6. Να εξετάσετε αν οι επόμενες συναρτήσεις έχουν ακρότατα :

i) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_2x_3 + x_2x_3$

με τον περιορισμό $x_1x_2x_3 = 125$

ii) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 - 2x_3^2 + 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 20$

με τους περιορισμούς $2x_1 + x_2 - x_3 = 0$ και $x_2 + x_3 = 0$.

7. Μια επιχείρηση παράγει τρία αγαθά. Έστω ότι η ημερήσια ποσότητα παραγωγής σε καθένα από αυτά είναι x_1, x_2, x_3 μονάδες, υπό τον περιορισμό $x_1x_2x_3 = 1000$.

Η συνάρτηση κόστους δίνεται $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3$. Ποια πρέπει να είναι η παραγωγή ώστε το κόστος να είναι ελάχιστο;

8. Να βρείτε την ιδιάζουσα ανάλυση των πινάκων

i) $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ii) $B = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & 8 \\ 2 & 4 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Να υπολογίσετε τον ψευδοαντίστροφο πίνακα A^+ του πίνακα A .