



**Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**

ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

**Ενότητα 2: Στοιχεία Μετεωρολογίας – Υετόπτωση:
Ασκήσεις**

Καθ. Αθανάσιος Λουκάς

Εργαστήριο Υδρολογίας και Ανάλυσης Υδατικών Συστημάτων

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Πολυτεχνική Σχολή

ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

ΥΕΤΟΠΤΩΣΗ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ



Βροχομετρικά δίκτυα

- Βροχομετρικό δίκτυο χαρακτηρίζεται το δίκτυο που δημιουργείται από τους βροχομετρικούς σταθμούς μιας περιοχής και χρησιμοποιείται για την καταγραφή και ανάλυση των κατακρημνισμάτων.
- Η πυκνότητα και η ποιότητα ενός βροχομετρικού δικτύου εξαρτάται κυρίως από τους σκοπούς που εξυπηρετεί και την απαιτούμενη ακρίβεια των παρατηρήσεων.



ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Η επάρκεια ή μη ενός δικτύου βροχογράφων προσδιορίζεται στατιστικά. Ο βέλτιστος αριθμός βροχογράφων που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο ποσοστό λάθους στην εκτίμηση της επιφανειακής βροχόπτωσης είναι:

$$N = (C_v / \epsilon)^2$$

όπου:

N = ο βέλτιστος αριθμός των βροχογράφων

C_v = ο συντελεστής μεταβλητότητας της βροχής των βροχογράφων

ϵ = το επιθυμητό ποσοστό λάθους

Η τυπική τιμή του ϵ είναι 10%. Εάν η τιμή αυτή μειωθεί, απαιτούνται περισσότεροι βροχογράφοι.

Εάν για παράδειγμα υπάρχουν m βροχογράφοι σε μία λεκάνη απορροής και $P_1, P_2, P_3, \dots, P_m$ είναι τα ύψη βροχής για συγκεκριμένο χρονικό βήμα, τότε ο συντελεστής C_v είναι:

$$C_v = 100S/P$$

όπου P είναι η μέση τιμή της βροχόπτωσης που κατέγραψαν οι βροχογράφοι:

$$P = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_i$$

και S είναι η τυπική απόκλιση:

$$S = \left[\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2}{m-1} \right]^{0.5}$$

**Επάρκεια δικτύων
σημειακών μετρήσεων**
(Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)



ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Παράδειγμα Εγκατάστασης
και Επάρκειας δικτύων
σημειακών μετρήσεων
(Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Μια λεκάνη απορροής διαθέτει δίκτυο 5 βροχογράφων. Η ετήσια βροχόπτωση που καταγράφηκε από αυτούς τους βροχογράφους, είναι:

Πίνακας 2.2 Ετήσια ύψη βροχής ανά βροχογράφο.

Βροχογράφος	1	2	3	4	5
Ετήσια βροχόπτωση (cm)	50	82	73	64	105

Υπολογίστε το βέλτιστο αριθμό βροχογράφων για αυτήν τη λεκάνη, για λάθος της τάξης του 10% στον υπολογισμό της μέσης επιφανειακής βροχόπτωσης.

Λύση

Η μέση τιμή των ετήσιων βροχοπτώσεων είναι:

$$P = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_i = 74.8 \text{ cm}$$

και η τυπική απόκλιση προκύπτει ίση με:

$$S = \left[\sum_{i=1}^m \frac{(x_i - \bar{x})^2}{m-1} \right]^{0.5} = 20.61 \text{ cm}$$

Ο συντελεστής C_u λαμβάνει την τιμή:

$$C_u = \frac{100 \times 20.61}{74.8} = 27.55\%$$

και ο βέλτιστος αριθμός βροχογράφων στην υπό εξέταση λεκάνη απορροής είναι:

$$N = \left(\frac{27.55}{10} \right)^2 = 7.59 \cong 8 \text{ βροχογράφοι}$$

Συνεπώς, απαιτείται η εγκατάσταση 3 επιπλέον βροχογράφων.



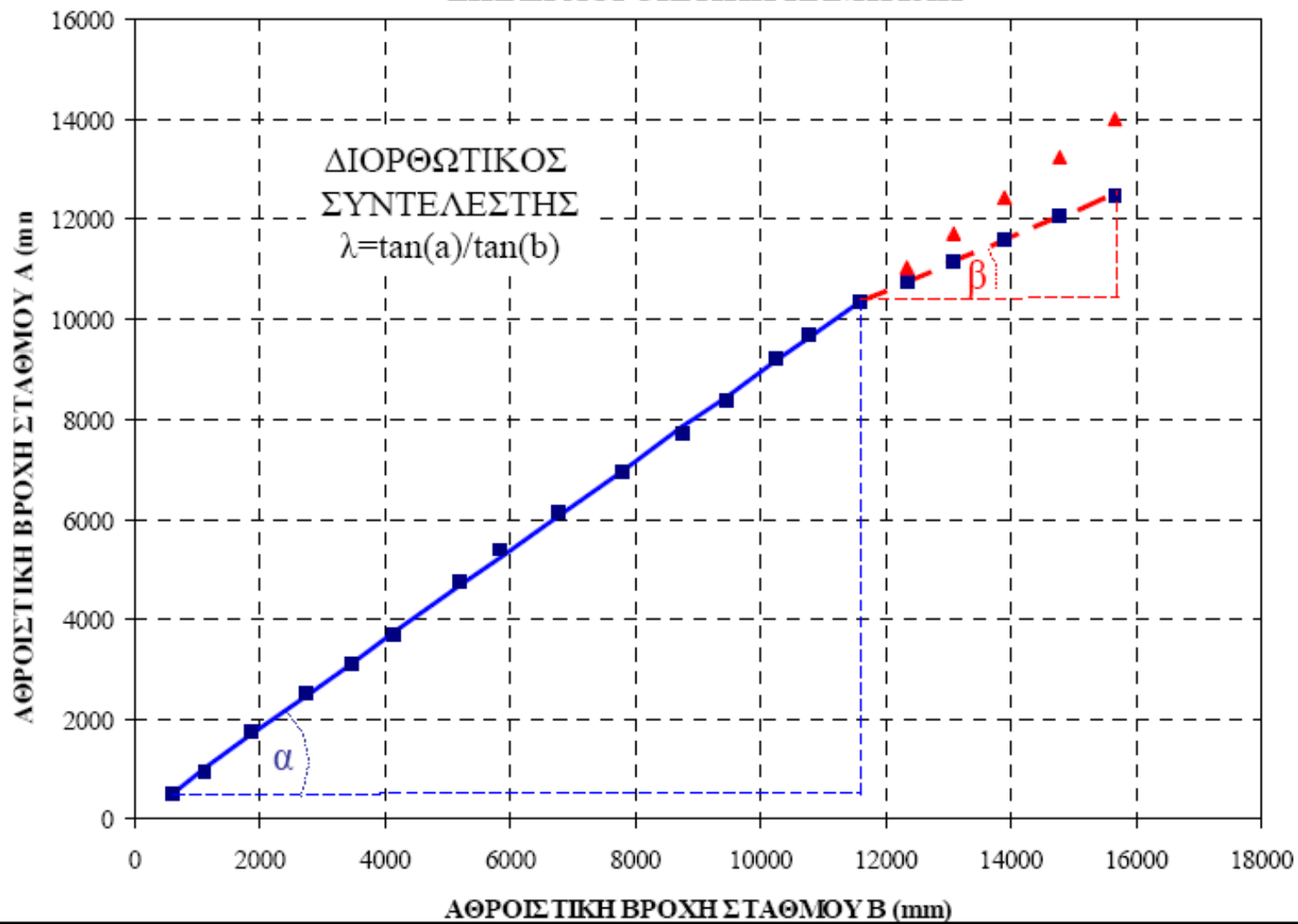
ΔΙΠΛΗ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΗ – ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΓΕΝΕΙΑΣ

- Πολλοί παράγοντες επηρεάζουν την μέτρηση των ατμοσφαιρικών κατακρημνίσεων (αντικατάσταση οργάνου, αλλαγή της θέσεως του κλπ.). Για να είναι, συνεπώς, οι βροχομετρικές παρατηρήσεις **ομογενείς**, οι παράγοντες αυτοί πρέπει να παραμένουν αμετάβλητοι.
- Για να ληφθεί υπόψη η σχετική επίδραση των παραγόντων αυτών, όταν έχουν επενεργήσει, ώστε οι παρατηρήσεις ενός Σταθμού να καταστούν ομογενείς, χρησιμοποιείται η τεχνική της **διπλής αθροιστικής καμπύλης**.
- Κατά την τεχνική αυτή τα αθροιστικά εποχιακά ή ετήσια ύψη βροχής του θεωρούμενου Σταθμού συγκρίνονται με τις αντίστοιχες αθροιστικές τιμές της μέσης βροχοπτώσεως μιας αντιπροσωπευτικής ομάδας γειτονικών Σταθμών, οι οποίοι χαρακτηρίζονται ως βασικοί. Η ομάδα αυτή πρέπει να περιλαμβάνει περί τους 10 βροχομετρικούς Σταθμούς, τα στοιχεία των οποίων έχουν ελεγχθεί και είναι ομογενή και αξιόπιστα.
- Σημαντική αλλαγή στην κλίση της προκύπτουσας καμπύλης υποδηλώνει ανομογένεια η οποία οφείλεται σε αλλαγή της θέσεως του οργάνου κατά το παρελθόν ή σε άλλη σχετική μεταβολή στον θεωρούμενο Σταθμό.
- Η διόρθωση επιτυγχάνεται με τον πολλαπλασιασμό των αρχικών στοιχείων με τον λόγο των κλίσεων των δύο τμημάτων της αθροιστικής καμπύλης (της κλίσης του νεότερου προς την κλίση του παλαιότερου).



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ ΟΜΟΓΕΝΟΠΟΙΗΣΗ

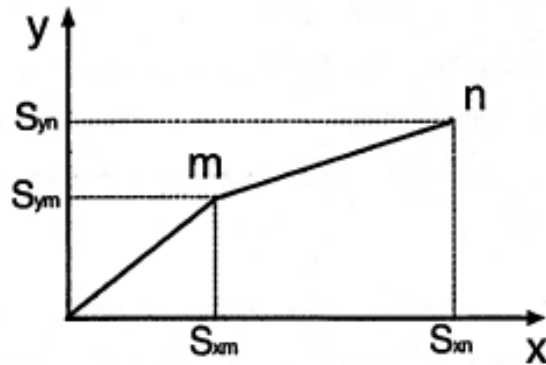
ΔΙΠΛΗ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΗ



ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΠΛΗΣ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

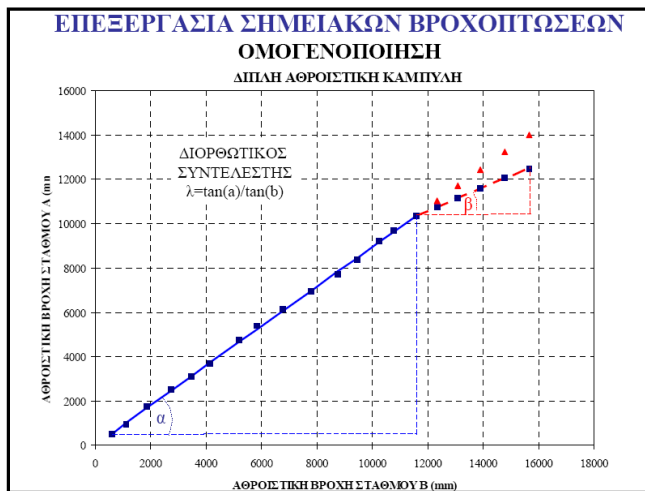
Η διπλή αθροιστική καμπύλη εξάγεται ως έξης: θεωρώντας δύο γειτονικούς σταθμούς X και Y , στους οποίους η χρονοσειρά ετήσιων βροχοπτώσεων συμβολίζεται με x και y , εξάγονται οι αθροιστικές χρονοσειρές, δηλαδή:

$$SX_j = \sum_{i=1}^j X_i \quad \text{και} \quad SY_j = \sum_{i=1}^j Y_i$$



$$\lambda = \frac{SY_n - SY_m}{SX_n - SX_m} \cdot \frac{SX_m}{SY_m}$$

Ακολουθώντας, πολλαπλασιάζοντας τις τιμές y_{m+1} ως y_n με λ , η χρονοσειρά y διορθώνεται.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΠΛΗΣ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ (Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Η ετήσια βροχόπτωση του σταθμού X και η μέση βροχόπτωση 15 γειτονικών σταθμών δίνονται στον Πίνακα . Να προσδιοριστεί η ομοιογένεια των μετρήσεων του σταθμού X . Σε ποιο έτος επήλθε η αλλαγή; Να υπολογιστεί η μέση ετήσια βροχόπτωση στο σταθμό X για την περίοδο των 30 ετών χωρίς την ομοιογενοποίηση και με την ομοιογενοποίηση των τιμών.

Υδρολογικό έτος	Σταθμός X (cm)	Μέση τιμή 15 σταθμών (cm)	Υδρολογικό έτος	Σταθμός X (cm)	Μέση τιμή 15 σταθμών (cm)
1950-51	47	29	1965-66	36	34
1951-52	24	21	1966-67	35	28
1952-53	42	36	1967-68	28	23
1953-54	27	26	1968-69	29	33
1954-55	25	23	1969-70	32	33
1955-56	35	30	1970-71	39	35
1956-57	29	26	1971-72	25	26
1957-58	36	26	1972-73	30	29
1958-59	37	26	1973-74	23	28
1959-60	35	28	1974-75	37	34
1960-61	58	40	1975-76	34	33
1961-62	41	26	1976-77	30	35
1962-63	34	24	1977-78	28	26
1963-64	20	22	1978-79	27	25
1964-65	26	25	1979-80	34	35

Λύση

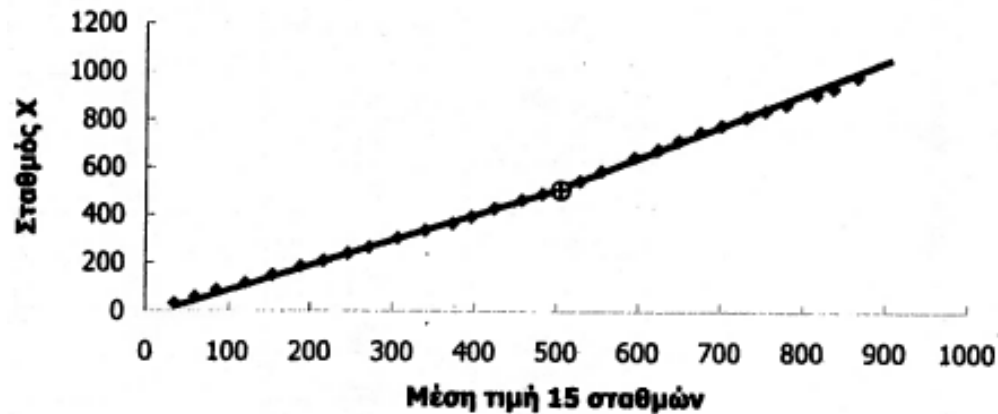
Γίνεται η παραδοχή ότι οι πιο πρόσφατα καταγεγραμμένες τιμές είναι ορθότερες από τις παλαιότερες τιμές, οι οποίες και θα διορθωθούν. Συνεπώς,

(4)	(5)	(6)
Αντίστροφη χρονική σειρά		
Έτος	Σταθμός X	Μέση τιμή 15 σταθμών
79-80	34	35
78-79	27	25
77-78	28	26
76-77	30	35
75-76	34	33
74-75	37	34
73-74	23	28
72-73	30	29
71-72	25	26
70-71	39	35
69-70	32	33
68-69	29	33
67-68	28	23
66-67	35	28
65-66	36	34
64-65	26	25
63-64	20	22
62-63	34	24
61-62	41	26
60-61	58	40
59-60	35	28
58-59	37	26
57-58	36	26
56-57	29	26
55-56	35	30
54-55	25	23
53-54	27	26
52-53	42	36
51-52	24	21
50-51	47	29



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑΣ
ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΠΛΗΣ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ
(Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Διπλή Αθροιστική



Με γραμμική συσχέτιση των στηλών 7 και 8, προκύπτει ότι η κλίση της καμπύλης για τα έτη 1979-80 ~ 1963-64 είναι $\lambda_1 = 1.0192$ και για τα έτη 1963-64 ~ 1950-51 είναι $\lambda_2 = 1.2669$. Ο λόγος των δύο κλίσεων είναι $\mu = \lambda_1 / \lambda_2 = 0.8046$. Με την τιμή αυτή θα πολλαπλασιαστούν οι τιμές της στήλης 5 από τα έτη 1950-51 έως τα έτη 1962-63, ώστε να προκύψουν οι νέες τιμές για το σταθμό Χ. Οι νέες τιμές βροχόπτωσης του σταθμού Χ δίνονται στον Πίνακα (στήλη 9), όπου επίσης υπολογίζονται και οι νέες αθροιστικές τιμές του Σταθμού Χ (στήλη 10).

	(7)	(8)
	Αθροιστικά	
Έτος	Σταθμός Χ	Μέση τιμή 15 σταθμών
79-80	34	35
78-79	61	60
77-78	89	86
76-77	119	121
75-76	153	154
74-75	190	188
73-74	213	216
72-73	243	245
71-72	268	271
70-71	307	306
69-70	339	339
68-69	368	372
67-68	396	395
66-67	431	423
65-66	467	457
64-65	493	482
63-64	513	504
62-63	547	528
61-62	588	554
60-61	646	594
59-60	681	622
58-59	718	648
57-58	754	674
56-57	783	700
55-56	818	730
54-55	843	753
53-54	870	779
52-53	912	815
51-52	936	836
50-51	983	865

<- θλάση



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΠΛΗΣ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ



Νέα διπλή αθροιστική καμπύλη.

Η μέση ετήσια βροχόπτωση στο σταθμό Χ πριν την ομοιογενοποίηση των τιμών ήταν 32.8 cm και μετά την ομοιογενοποίηση έγινε 29.7 cm.

	(9)	(10)	(11)
	Νέες τιμές	Αθροιστικά	
Έτος	Σταθμός Χ	Νέες αθροιστικές Σταθμού Χ	Μέση τιμή 15 σταθμών
79-80	34	34	35
78-79	27	61	60
77-78	28	89	86
76-77	30	119	121
75-76	34	153	154
74-75	37	190	188
73-74	23	213	216
72-73	30	243	245
71-72	25	268	271
70-71	39	307	306
69-70	32	339	339
68-69	29	368	372
67-68	28	396	395
66-67	35	431	423
65-66	36	467	457
64-65	26	493	482
63-64	20	513	504
62-63	27.4	540.4	528
61-62	33.0	573.3	554
60-61	46.7	620.0	594
59-60	28.2	648.2	622
58-59	29.8	677.9	648
57-58	29.0	706.9	674
56-57	23.3	730.2	700
55-56	28.2	758.4	730
54-55	20.1	778.5	753
53-54	21.7	800.2	779
52-53	33.8	834.0	815
51-52	19.3	853.3	836
50-51	37.8	891.1	865



Επεξεργασία των βροχομετρικών παρατηρήσεων στον χώρο

Συμπλήρωση των βροχομετρικών παρατηρήσεων

- Σε αρκετούς μετεωρολογικούς σταθμούς για διάφορους λόγους μπορεί να έχουμε έλλειψη ορισμένων παρατηρήσεων που εμποδίζουν τις μετέπειτα εκτιμήσεις μας.
- Για τον σκοπό αυτόν χρησιμοποιούνται διάφορες μέθοδοι οι οποίες βασίζονται στην ύπαρξη ταυτόχρονων παρατηρήσεων σε γειτονικούς Σταθμούς οι οποίοι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι γύρω από τον Σταθμό με τις ελλιπείς παρατηρήσεις και παρουσιάζουν υδρολογική ομοιογένεια.



Απλές Μέθοδοι Συμπλήρωσης Βροχόπτωσης

- i. Εάν το κανονικό ετήσιο ύψος βροχής καθενός από τους τρεις γειτονικούς Σταθμούς Α, Β, Γ διαφέρει από εκείνο του θεωρούμενου Σταθμού Χ κατά λιγότερο του 10%, τότε ο απλός αριθμητικός μέσος όρος των ενδείξεων των τριών Σταθμών αντικαθιστά την παρατήρηση που λείπει του υπόψη Σταθμού.
- ii. Εάν η παραπάνω διαφορά είναι μεγαλύτερη του 10% ακόμη και για έναν από τους τρεις Σταθμούς, τότε χρησιμοποιείται ο αριθμητικός μέσος όρος με βάρος ο οποίος δίνεται από την σχέση

$$P_X = \frac{1}{3} \left[\frac{N_X}{N_A} P_A + \frac{N_X}{N_B} P_B + \frac{N_X}{N_\Gamma} P_\Gamma \right]$$

- iii. Εάν διατίθεται επαρκής αριθμός ομοειδών παρατηρήσεων στους τέσσερις Σταθμούς, τότε με την εφαρμογή της πολλαπλής γραμμικής παλινδρομής θα προκύψει η σχέση

$$P_X = \alpha_0 + \alpha P_A + \beta P_B + \gamma P_\Gamma$$

$\alpha_0 \approx 0$

$$\alpha = N_X / 3 \cdot N_A, \beta = N_X / 3 \cdot N_B, \gamma = N_X / 3 \cdot N_\Gamma$$

P = το ύψος βροχής της θεωρούμενης περιόδου

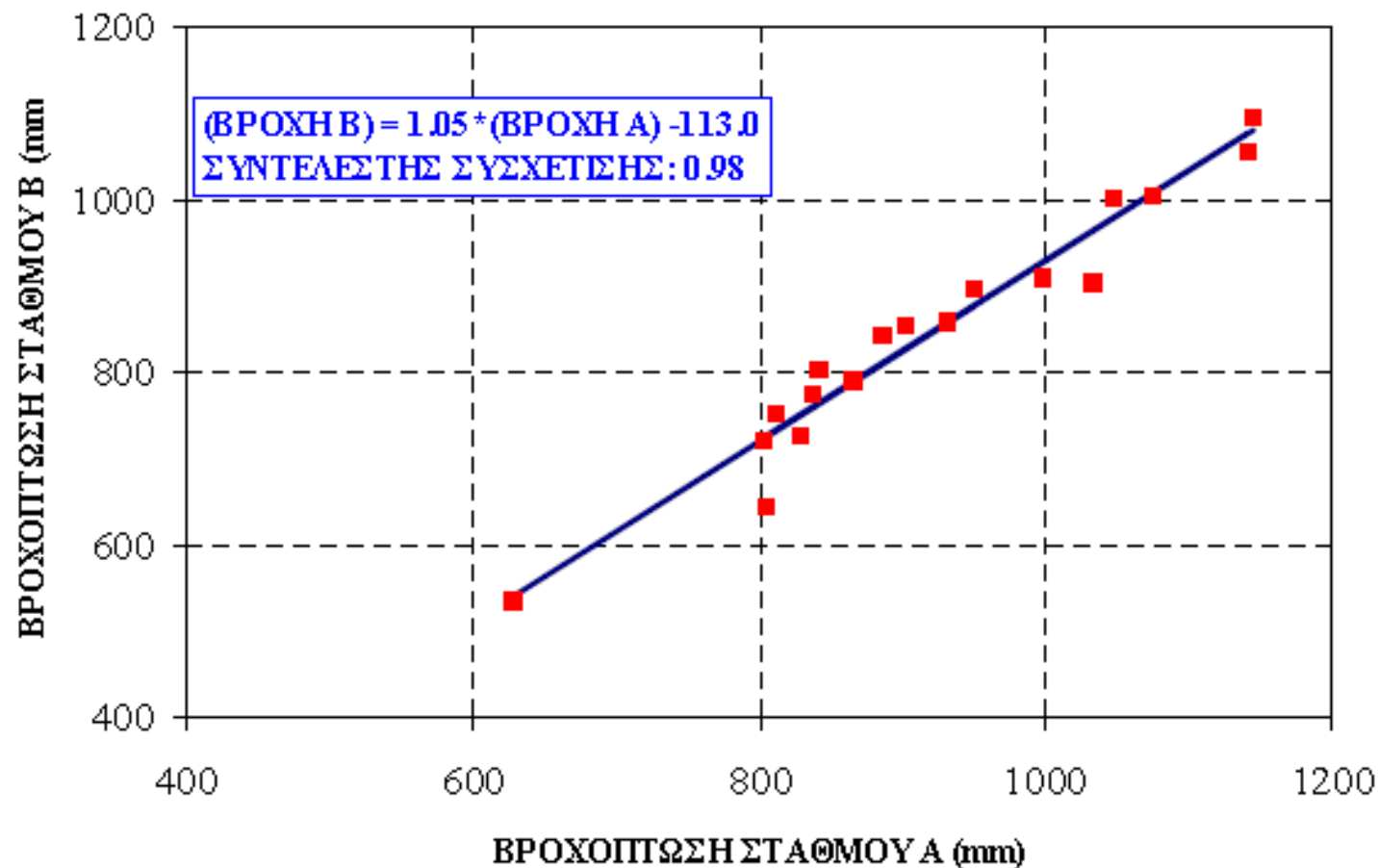
N = το κανονικό ετήσιο ύψος βροχής

Οι δείκτες υποδηλώνουν τον αντίστοιχο σταθμό.



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΣΤΑ ΘΜΩΝ Β ΚΑΙ Α



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ

Ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y=a+b*x$$

όπου y εξαρτημένη μεταβλητή και x ανεξάρτητη μεταβλητή

Παράμετροι

Συναρτήσεις EXCEL

Κλίση ευθείας $b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$

$$b = \text{SLOPE}(y, x)$$

Σταθερά $a = \bar{y} - b\bar{x}$

$$a = \text{INTERCEPT}(y, x)$$

Συντελεστής
συσχέτισης $\text{Correl}(X, Y) = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$

$$r = \text{CORREL}(y, x)$$



Μέθοδος σταθμισμένων αντίστροφων αποστάσεων (ΣΑΑ)

Η παρεμβολή γίνεται με βάση τη σχέση:

$$h = \frac{d_1^{-k}}{\sum_{n=1}^N d_n^{-k}} h_1 + \frac{d_2^{-k}}{\sum_{n=1}^N d_n^{-k}} h_2 + \dots + \frac{d_N^{-k}}{\sum_{n=1}^N d_n^{-k}} h_N$$

όπου :

h

η τιμή της μεταβλητής στη ζητούμενη θέση

N

ο αριθμός των σημείων που συμμετέχουν

$h_1, h_2, h_3, \dots, h_N$

οι σημειακές μετρήσεις στα σημεία 1, 2, 3, ..., N

$d_1, d_2, d_3, \dots, d_N$

οι αποστάσεις του κυττάρου από τα σημεία 1, 2, 3, ..., N

k

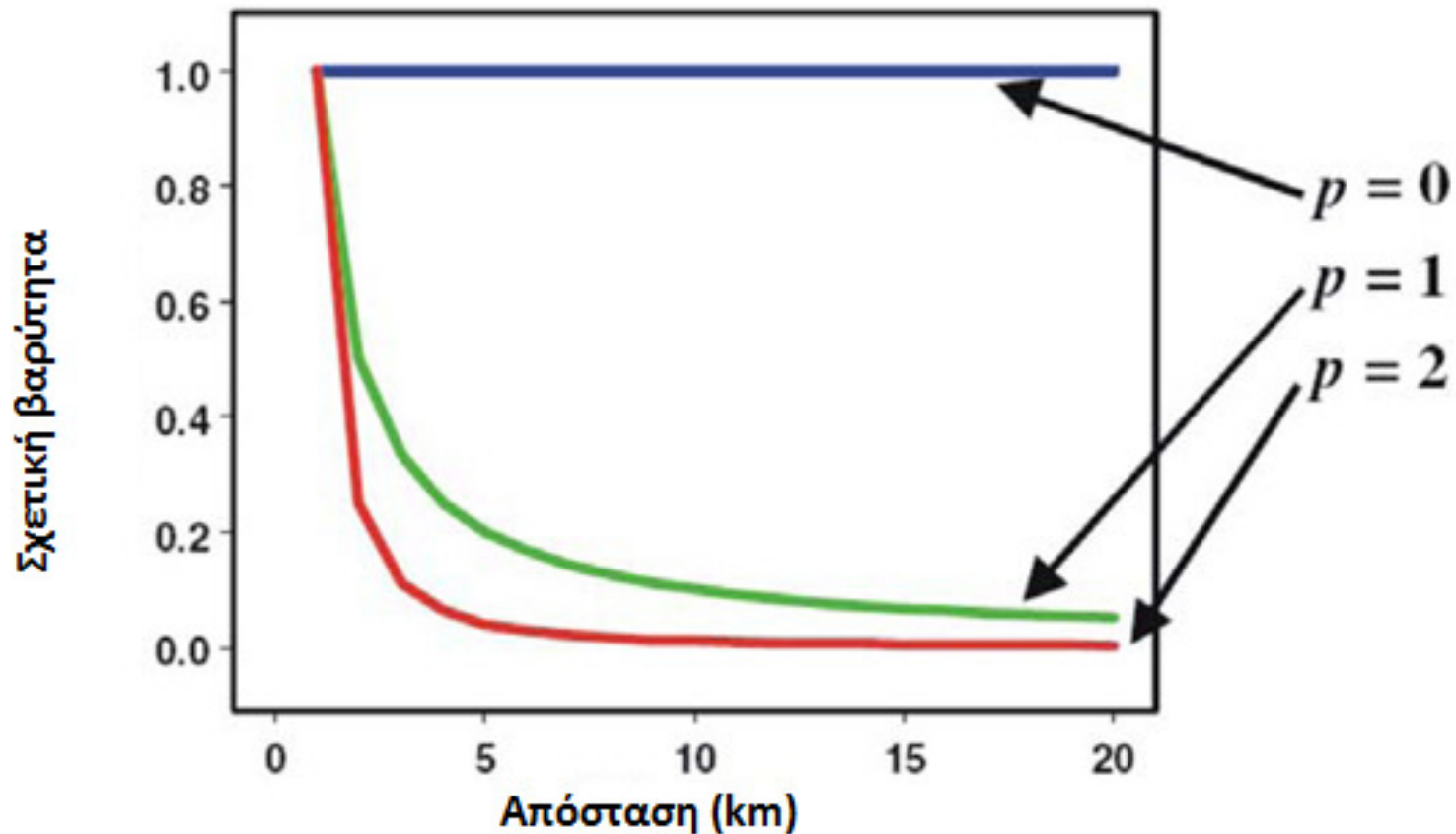
ο συντελεστής επιρροής της απόστασης

Η τιμή του εκθέτη k συνήθως λαμβάνεται 1 ή 2 [Dingman, 1994].

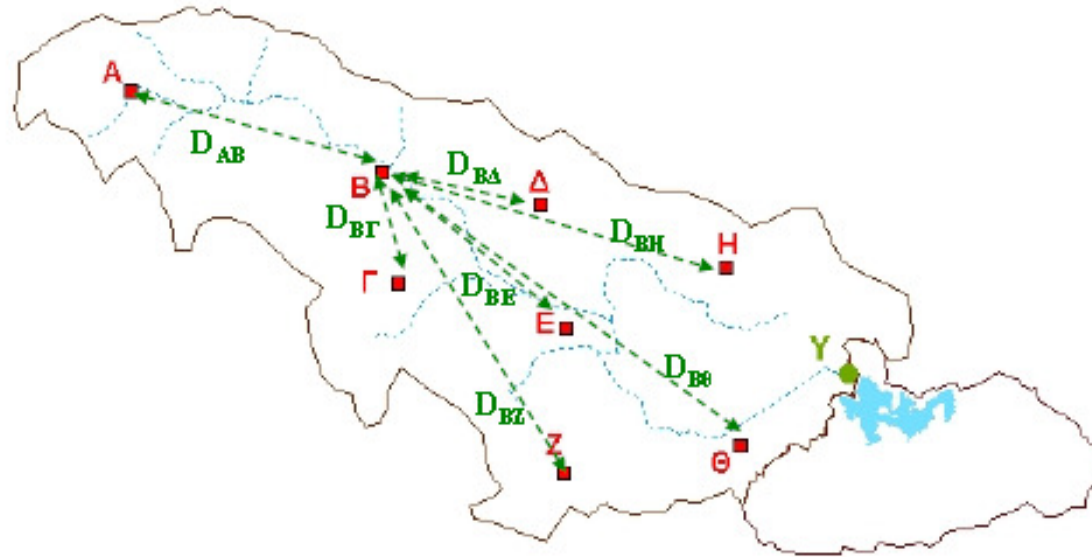


Η επίδραση της δύναμης στη μέθοδο ΣΑΑ (Inverse Distance Weighting, IDW)

Διάγραμμα βάρους – απόστασης



ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΣΑΑ



$$P_B = \frac{1/D_{AB}^2 * P_A}{\sum D} + \frac{1/D_{\Gamma B}^2 * P_{\Gamma}}{\sum D} + \frac{1/D_{\Delta B}^2 * P_{\Delta}}{\sum D} + \frac{1/D_{\Theta B}^2 * P_{\Theta}}{\sum D} + \frac{1/D_{ZB}^2 * P_Z}{\sum D} + \frac{1/D_{HB}^2 * P_H}{\sum D} + \frac{1/D_{\Theta B}^2 * P_{\Theta}}{\sum D}$$

$$\sum D = \frac{1}{D_{AB}^2} + \frac{1}{D_{\Gamma B}^2} + \frac{1}{D_{\Delta B}^2} + \frac{1}{D_{\Theta B}^2} + \frac{1}{D_{ZB}^2} + \frac{1}{D_{HB}^2} + \frac{1}{D_{ZB}^2}$$

P: βροχόπτωση σε mm

D: απόσταση μεταξύ σταθμών σε m



ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΕΛΛΕΙΨΕΩΝ – ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ – ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Μέθοδος Αριθμητικού Μέσου Όρου

$$P = \sum_{i=1}^N a_i P_i$$

όπου:

$$a_i = 1/N$$

N = ο αριθμός των σταθμών

P_i = η βροχόπτωση που καταγράφηκε στο σταθμό i

P = η μέση βροχόπτωση των σταθμών

Μέθοδος Κανονικών Λόγων

$$P_x = \frac{1}{m} \left(\frac{N_x}{N_1} P_1 + \frac{N_x}{N_2} P_2 + \frac{N_x}{N_3} P_3 + \dots + \frac{N_x}{N_m} P_m \right) = \sum_{i=1}^m \left(\frac{N_x}{m N_i} \right) P_i$$

όπου:

P = η βροχόπτωση

N = είναι η ετήσια βροχόπτωση

X = δείκτης που υποδηλώνει τον υπό συμπλήρωση σταθμό και

οι δείκτες 1,2,3 ...m υποδηλώνουν τους περιβάλλοντες σταθμούς.

Βροχομετρικός σταθμός X βρέθηκε εκτός λειτουργίας για ένα χρονικό διάστημα του μήνα όπου σημειώθηκε βροχή. Οι μετρήσεις της βροχής για το εν λόγω επεισόδιο που καταγράφηκαν σε τρεις παρακείμενους (παρόμοιους μετεωρολογικά) σταθμούς A , B και C ήταν 107, 89 και 122 mm. Οι ετήσιες βροχοπτώσεις στους σταθμούς X , A , B και C είναι 978, 1120, 935 και 1200 mm αντίστοιχα. Να υπολογιστεί η βροχόπτωση για το σταθμό X .

Λύση

Τα δεδομένα της άσκησης συνοψίζονται στον Πίνακα 2.7.

Πίνακας 2.7 Δεδομένα ετήσιας βροχόπτωσης.

ΣΤΑΘΜΟΣ	ΥΨΟΣ ΒΡΟΧΗΣ (mm)	ΣΤΑΘΜΟΣ	ΕΤΗΣΙΟ ΥΨΟΣ (mm)
A	107	X	978
B	89	A	1120
C	122	B	935
		C	1200

Η βροχόπτωση στο σταθμό X μπορεί να προσδιοριστεί με τη μέθοδο των κανονικών λόγων ως εξής:

$$h_x = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{H_x}{H_i} h_i = \frac{1}{3} \left(\frac{H_x}{H_A} h_A + \frac{H_x}{H_B} h_B + \frac{H_x}{H_C} h_C \right) \Rightarrow$$

$$h_x = \frac{1}{3} \left(\frac{978}{1120} 107 + \frac{978}{935} 89 + \frac{978}{1200} 122 \right) \text{ mm} \Rightarrow$$

$$h_x = 95.32 \text{ mm} \approx 95 \text{ mm}$$

Μέθοδος Αριθμητικού Μέσου Όρου: $h_x = 106 \text{ mm}$



ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΕΛΛΕΙΨΕΩΝ – ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ – ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ

Μέθοδος Αντιστρόφων Αποστάσεων

$$h_y = \sum_{i=1}^k w_i h_i$$

και

$$w_i = \frac{d_i^{-b}}{\sum_{j=1}^k d_j^{-b}}$$

όπου:

- k = το πλήθος των σταθμών
- h_y = η εκτιμημένη βροχόπτωση στον υπό συμπλήρωση σταθμό
- h_i = η βροχόπτωση σε κάθε σταθμό
- d_i = η απόσταση κάθε σταθμού από τον υπό συμπλήρωση σταθμό
- b = εκθέτης με τυπική τιμή 2
- w_i = ο συντελεστής βαρύτητας κάθε σταθμού

$$\text{Εμπειρικός τύπος } r \geq r_c \Rightarrow r \geq \frac{2}{\sqrt{n}}$$

Γραμμική Παλινδρόμηση

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

όπου \bar{x} και \bar{y} οι μέσες τιμές των x_i και y_i αντίστοιχα, δηλαδή:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

και n το (κοινό για τα x_i και y_i) μήκος του δείγματος

Συντελεστής Συσχέτισης r

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

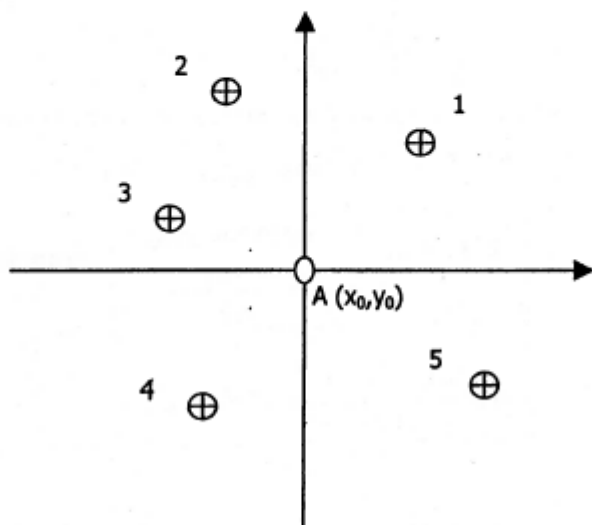


ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΕΛΛΕΙΨΕΩΝ – ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ – ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Τετμημένες και τεταγμένες γειτονικών σταθμών.

Σταθμός	$X_i - X_0$ (km)	$Y_i - Y_0$ (km)	Βροχή (cm)
1	1.2	0.9	2.5
2	0.5	1.1	3.4
3	0.8	0.3	1.5
4	0.5	1.2	2.2
5	1.1	0.8	1.8



Σχήμα 2.8 Διάταξη βροχομετρικών σταθμών.

Λύση

Σύμφωνα με τη μέθοδο των αντίστροφων αποστάσεων, η βροχόπτωση στο σταθμό A , δίνεται από τη σχέση:

$$P_a = \sum (P_i \cdot a_i)$$

όπου P_i το ύψος βροχόπτωσης σε κάθε γειτονικό σταθμό και a_i ο συντελεστής συμμετοχής του σταθμού, που δίνεται ως συνάρτηση της απόστασης του D_i από το σταθμό A , από τη σχέση:

$$a_i = \frac{1}{D_i^2} \cdot \frac{1}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{D_j^2}}$$

Διαδικασία μεθόδου αντίστροφων αποστάσεων.

Σταθμός	P_i (cm)	$x_i - x_0$ (km)	$y_i - y_0$ (km)	D_i^2 (km ²)	D_i^{-2} (km ⁻²)	a_i	$P_i \cdot a_i$ (cm)
1	2.5	1.2	0.9	2.25	0.44	0.12	0.3
2	3.4	0.5	1.1	1.46	0.68	0.19	0.65
3	1.5	0.8	0.3	0.73	1.37	0.38	0.57
4	2.2	0.5	1.2	1.69	0.59	0.16	0.35
5	1.8	1.1	0.8	1.85	0.54	0.15	0.27

και το ζητούμενο ύψος βροχής θα είναι:

$$P_a = \sum (P_i \cdot a_i) = 2.14 \text{ cm}$$



ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΕΛΛΕΙΨΕΩΝ – ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ – ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται τα ετήσια ύψη βροχής δύο σταθμών σε mm για τη χρονική περίοδο 1970-71 μέχρι 1989-90 με ελλείψεις σε μερικά χρόνια λόγω προβλημάτων σε έναν από τους δύο σταθμούς. Ζητείται η συμπλήρωση των ελλείψεων στο σταθμό 2 με την εφαρμογή της στατιστικής μεθόδου της απλής γραμμικής παλινδρόμησης.

Υδρολογικό έτος	Σταθμός 1	Σταθμός 2
1970-71	1147.5	1372.9
1971-72	1322.4	1507.7
1972-73	1083.4	-
1973-74	1294.9	1485.3
1974-75	1252.5	1587.2
1975-76	1093.0	1377.2
1976-77	1180.5	1847.8
1977-78	979.5	1468.3
1978-79	1092.7	-
1979-80	963.6	1085.8
1980-81	1095.6	1208.3
1981-82	1301.8	-
1982-83	1327.3	1445.1
1983-84	1169.8	1671.3
1984-85	1328.8	1486.4
1985-86	944.9	-
1986-87	1130.6	1573.7
1987-88	978.4	1191.2
1988-89	1161.7	1549.8
1989-90	933.5	1229.1

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

$$Y = 0.8224 x + 499.2 \quad (r = 0.566)$$

Εφαρμογή της σχέσης δίνει:

1390.2 mm

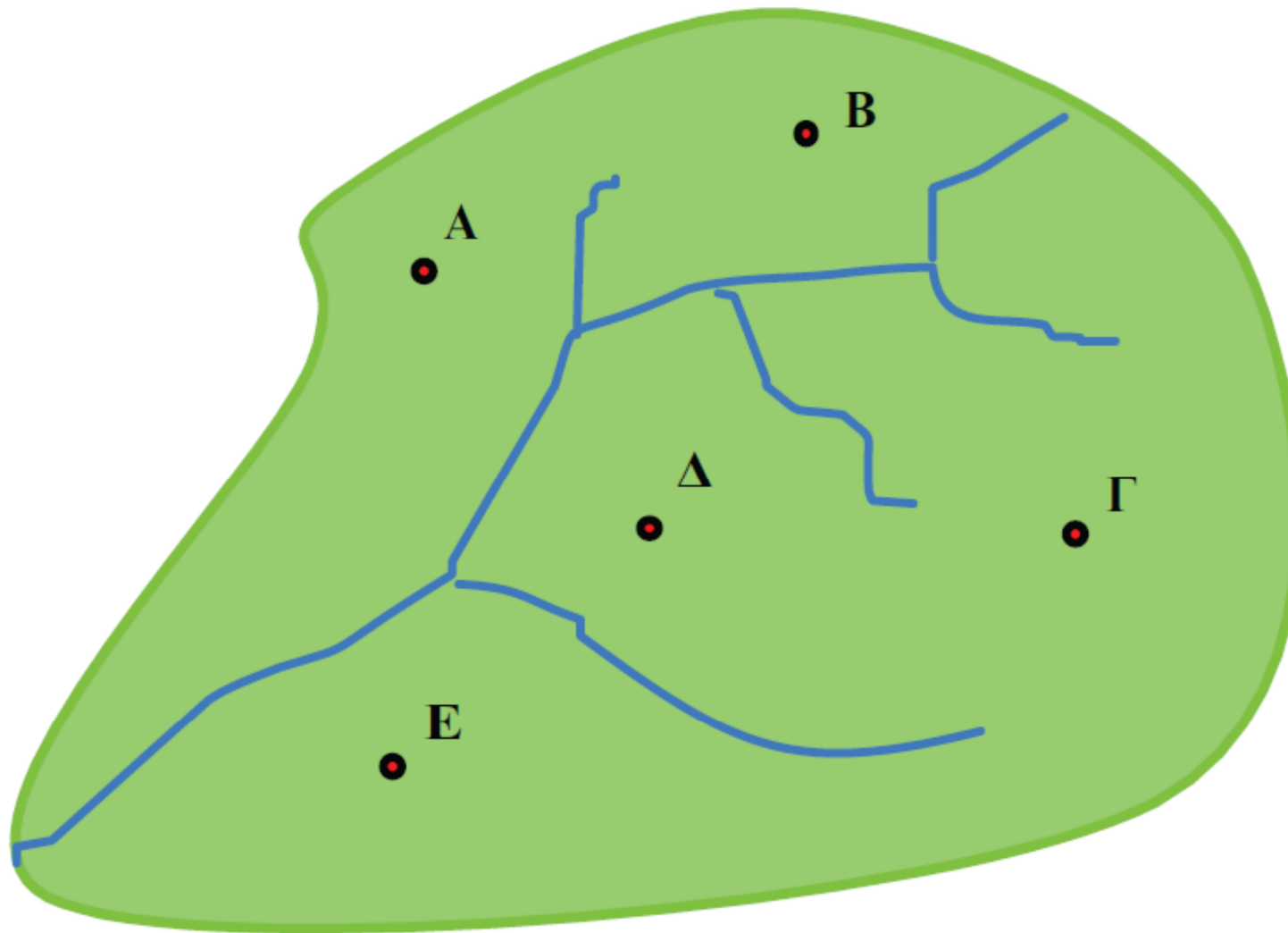
1397.9 mm

1569.9 mm

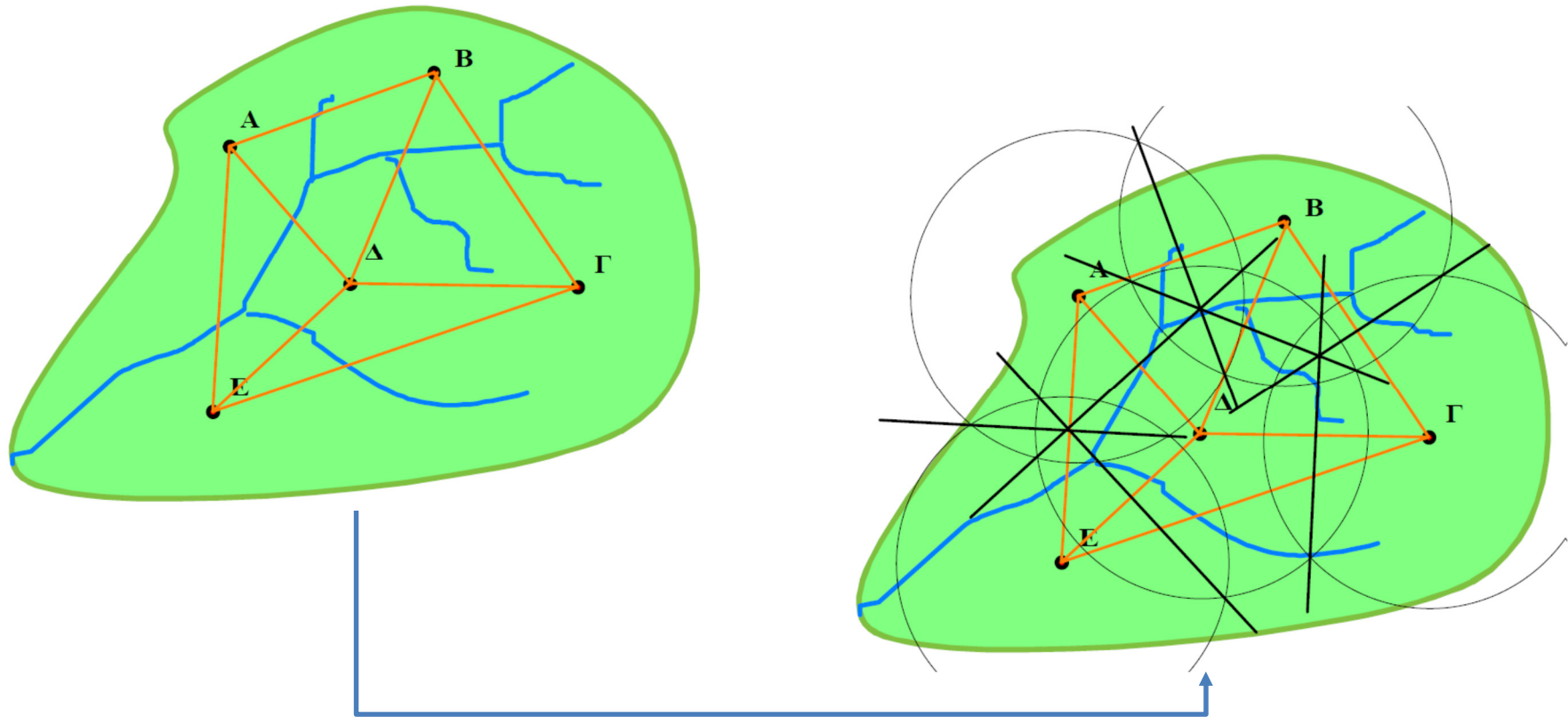
1276.3 mm



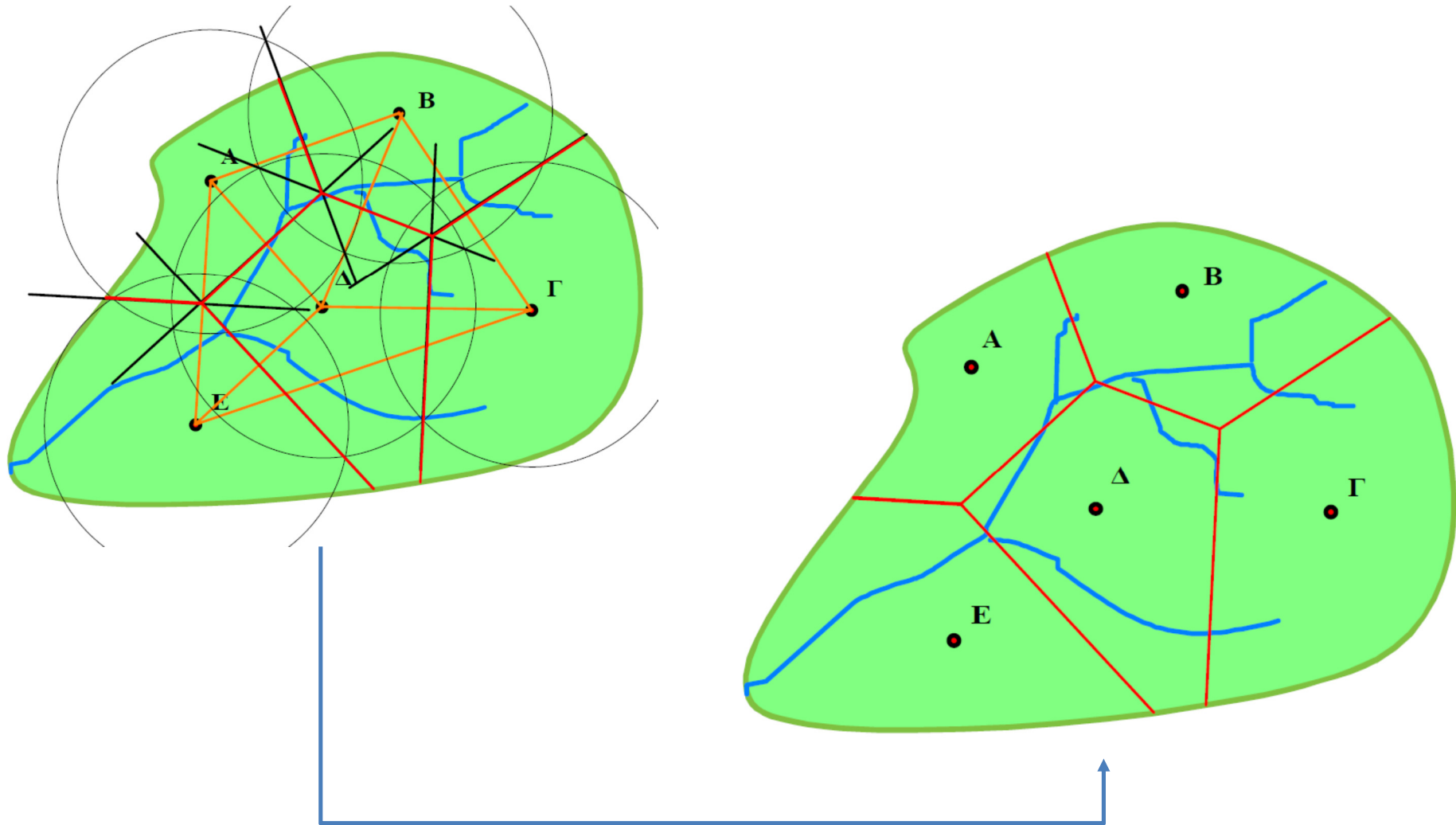
Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Πολυγώνων Thiessen



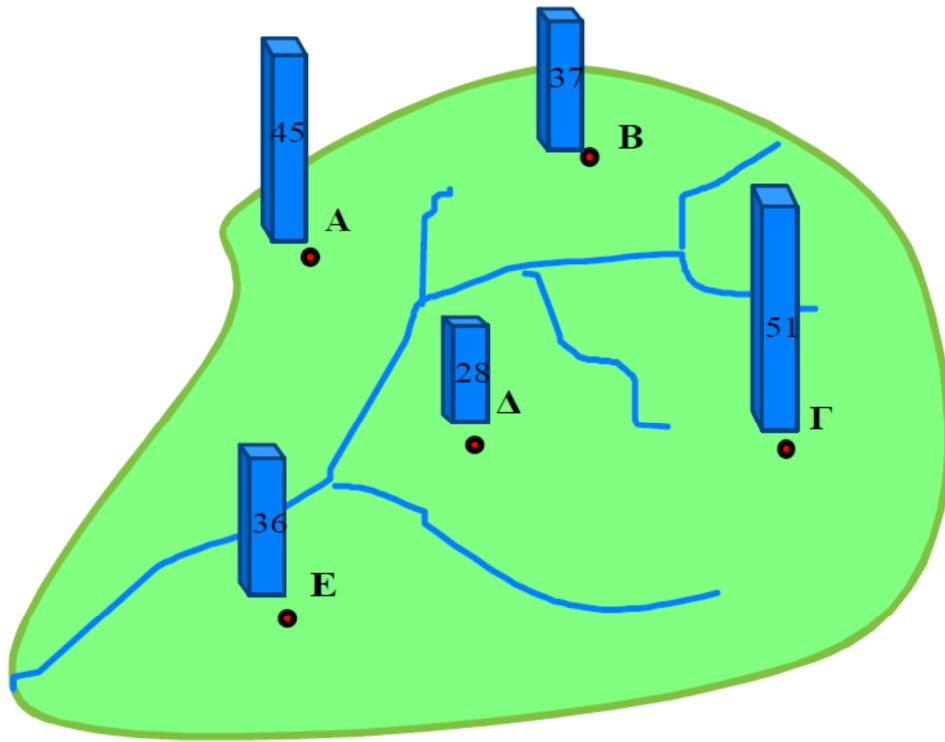
Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Πολυγώνων Thiessen



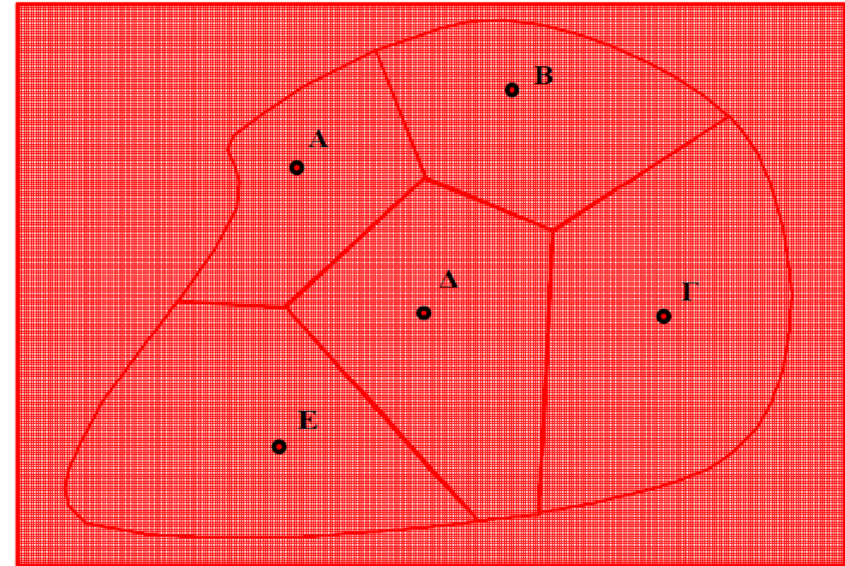
Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Πολυγώνων Thiessen



Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Πολυγώνων Thiessen



Ύψη Βροχής σε mm



$$E_A=85\text{Km}^2 \quad E_B=97\text{Km}^2 \quad E_\Gamma=135\text{Km}^2 \quad E_\Delta=111\text{Km}^2 \quad E_E=118\text{Km}^2$$



Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Πολυγώνων Thiessen

Παράδειγμα υπολογισμού του ισοδυνάμου ύψους βροχής

Δεδομένα:	Εμβαδά:	$E_i \times P_i$:
$P_A=45\text{mm}$	$E_A=85\text{Km}^2$	$E_A \times P_A = 0.045 \times 85 \times 10^6 = 3.825 \times 10^6 \text{m}^3$
$P_B=37\text{mm}$	$E_B=97\text{Km}^2$	$E_B \times P_B = 0.037 \times 97 \times 10^6 = 3.589 \times 10^6 \text{m}^3$
$P_\Gamma=51\text{mm}$	$E_\Gamma=135\text{Km}^2$	$E_\Gamma \times P_\Gamma = 0.051 \times 135 \times 10^6 = 6.885 \times 10^6 \text{m}^3$
$P_\Delta=28\text{mm}$	$E_\Delta=111\text{Km}^2$	$E_\Delta \times P_\Delta = 0.028 \times 111 \times 10^6 = 3.108 \times 10^6 \text{m}^3$
$P_E=36\text{mm}$	$E_E=118\text{Km}^2$	$E_E \times P_E = 0.036 \times 118 \times 10^6 = 4.248 \times 10^6 \text{m}^3$
	Συν. 546Km^2	Σύνολο $= 21,655,000 \text{m}^3$

$$P_{\text{ισοδύναμο}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i \times P_i}{\sum_{i=1}^n E_i} = \frac{21,655,000}{546,000,000} = 39.7 \text{mm}$$



ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Μέθοδος Μέσου Όρου

$$h_S = \sum_{i=1}^k w_i h_i$$

τα βάρη w_i των $i=1,2,\dots,k$ σταθμών λαμβάνονται ίσα, δηλαδή:
 $w_i = 1/k$.

Μέθοδος Πολυγώνων Thiessen

$$h_S = \sum_{i=1}^k w_i h_i$$

$$\sum_{i=1}^k A_i = A$$

$$w_i = A_i / A$$

Μέθοδος Ισοϋέτιων Καμπύλων

$$h_S = \sum_r \frac{h_i + h_{i-1}}{2} \frac{A_i}{A}$$



ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

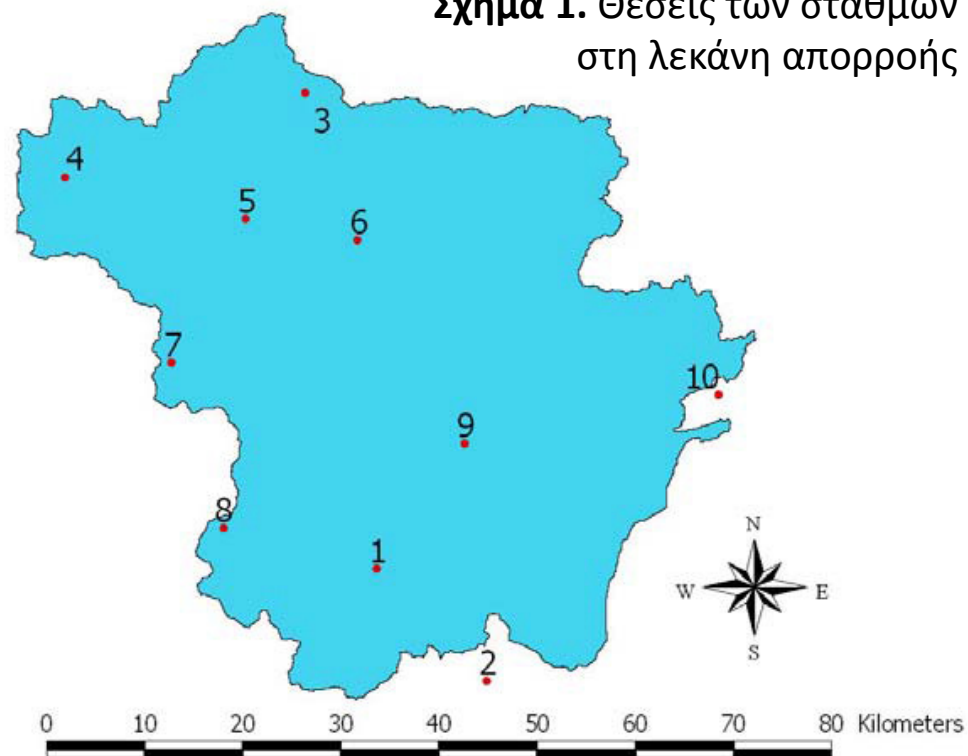
Παράδειγμα*: Στον παρακάτω Πίνακα δίνονται τα μηνιαία δεδομένα βροχής και τα αντίστοιχα υψόμετρα για δέκα βροχομετρικούς σταθμούς μιας υπολεκάνης του ποταμού Πηνειού στη Θεσσαλία (Σχήμα 1). Να υπολογιστεί η μέση επιφανειακή βροχόπτωση με τη μέθοδο του αριθμητικού μέσου, Thiessen και ισοϋέτιων. Επιπλέον να γίνει αναγωγή της μέσης επιφανειακής βροχόπτωσης που υπολογίστηκε με τη μέθοδο Thiessen, στο μέσο υψόμετρο της λεκάνης. Δίνεται η έκταση της λεκάνης ίση με 2940 km^2 και το μέσο υψόμετρο της λεκάνης ίσο με 532 m .

Πίνακας: Υψόμετρα και μηνιαία βροχόπτωση σταθμών

α/α Σταθμός	Υψόμετρο (m)	Βροχόπτωση (mm)
1 ΜΟΥΖΑΚΙ	226	74
2 ΤΑΥΡΩΠΟΣ	220	73
3 ΑΓΙΟΦΥΛΛΟ	581	92
4 ΜΑΛΑΚΑΣΙΟ	842	101
5 ΜΕΓΑΛΗ ΚΕΡΑΣΙΑ	500	83
6 ΜΕΤΕΩΡΑ	596	87
7 ΠΑΛΑΙΟΧΩΡΙ	1050	110
8 ΣΤΟΥΡΝΑΡΕΪΚΑ	860	103
9 ΤΡΙΚΑΛΑ	116	82
10 ΦΑΡΚΑΔΩΝΑ	87	70

(*Πηγή: Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Σχήμα 1. Θέσεις των σταθμών στη λεκάνη απορροής



ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

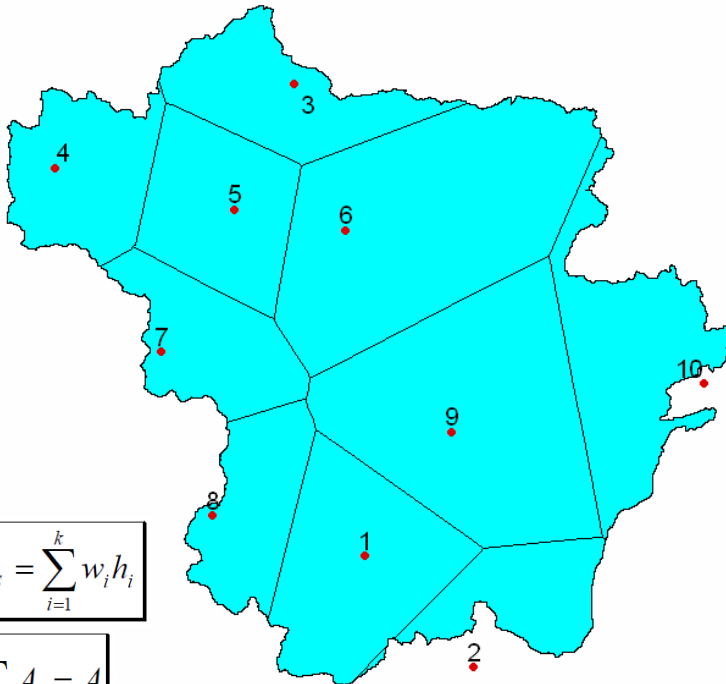
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ - ΛΥΣΗ (Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Μέθοδος Μέσου Όρου

$$h_s = \sum_{i=1}^k w_i h_i$$

Η μέθοδος του αριθμητικού μέσου δίνει επιφανειακό ύψος βροχής, ίσο με το μέσο όρο των σημειακών βροχοπτώσεων των 10 σταθμών: $h_s = (74+73+92+101+83+87+110+103+82+70) / 10 = 88 \text{ mm}$

Μέθοδος Πολυγώνων Thiessen



Σταθμός	Έκταση (km ²)	Ποσοστό p	Βροχόπτωση R (mm)	p x R
1	316	0.107	74	7.955
2	153	0.052	73	3.800
3	216	0.073	92	6.760
4	212	0.072	101	7.270
5	238	0.081	83	6.720
6	582	0.198	87	17.225
7	194	0.066	110	7.260
8	177	0.060	103	6.202
9	550	0.187	82	15.342
10	302	0.103	70	7.191
Σύνολο	2940	1		86

$$h_s = \sum_{i=1}^k w_i h_i$$

$$\sum_{i=1}^k A_i = A$$

$$w_i = A_i / A$$

Η επιφανειακή βροχόπτωση h_s κατά **Thiessen**, προκύπτει ίση με **86 mm**



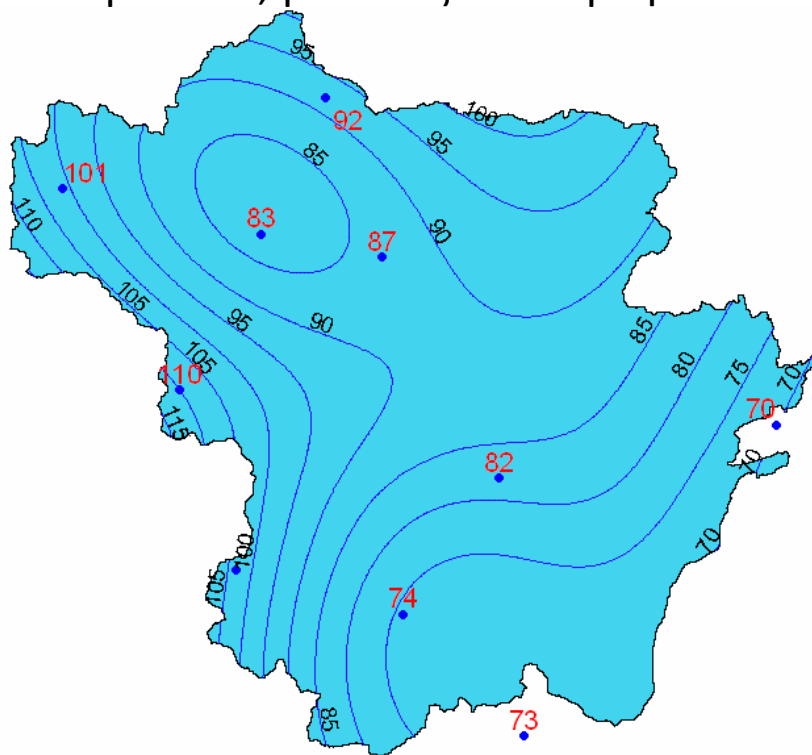
ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ - ΛΥΣΗ (Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Μέθοδος Ισοϋέτιων Καμπύλων

Στο Σχήμα έχουν χαραχθεί οι **ισοϋέτιες** με βήμα 5 mm. Σχηματίζονται συνολικά 10 εύρη τιμών, όπως φαίνεται και στον Πίνακα. Η χάραξη των ισοϋέτιων εξαρτάται από τη μέθοδο παρεμβολής των ισοϋέτιων καμπυλών που επιλέγεται (π.χ. γραφική χάραξη των καμπυλών, μέθοδος αντίστροφων αποστάσεων ή του πλησιέστερου γείτονα)

$$h_s = \sum_r \frac{h_i + h_{i-1}}{2} \frac{A_i}{A}$$



Διάστημα τιμών (mm)	Έκταση (km ²)	Ποσοστό ρ	Βροχόπτωση R (mm)	ρxR
65-70	8	0.003	67.5	0.180
70-75	444	0.151	72.5	10.960
75-80	295	0.100	77.5	7.783
80-85	405	0.138	82.5	11.370
85-90	729	0.248	87.5	21.688
90-95	506	0.172	92.5	15.911
95-100	327	0.111	97.5	10.833
100-105	149	0.051	102.1	5.179
105-110	55	0.019	107.5	2.010
110-115	22	0.007	112.5	0.841
Σύνολο	2940	1		87

Χάραξη ισοϋέτιων καμπυλών

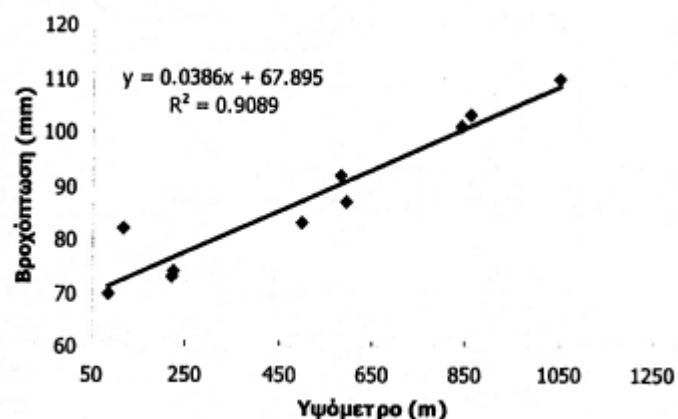
Η επιφανειακή βροχόπτωση h_s με τη μέθοδο των ισοϋέτιων καμπυλών, προκύπτει ίση με **87 mm**



ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ - ΛΥΣΗ (Μιμίκου και Μπαλτάς, 2012)

Αναγωγή στο μέσο υψόμετρο της λεκάνης



Πίνακας Υπολογισμός του σταθμισμένου υψόμετρου των σταθμών.

Σταθμός	Ποσοστό Thiessen p	Υψόμετρο (m)	pXR
1	0.107	226	24.29
2	0.052	220	11.45
3	0.073	581	42.69
4	0.072	842	60.61
5	0.081	500	40.48
6	0.198	596	118.00
7	0.066	1050	69.30
8	0.060	860	51.78
9	0.187	116	21.70
10	0.103	87	8.94
Σύνολο	1		449

Το ανηγμένο επιφανειακό ύψος βροχής δίνεται από την εξίσωση:

$$\bar{P}_t = P_t + \lambda \cdot \Delta h$$

όπου: $P_t = 88 \text{ mm}$ η βροχόπτωση που προέκυψε από τη μέθοδο Thiessen, $\lambda = 0.039 \text{ (mm/m)}$ η βροχοβαθμίδα και $\Delta h = H_{KB \text{ επιφάνειας}} - H_{\text{σταθμισμένο, σταθμών}} = 532 - 449 = 83 \text{ m}$

Με αντικατάσταση των τιμών προκύπτει ότι το ανηγμένο επιφανειακό ύψος βροχής είναι ίσο με:

$$\bar{P}_t = 86 + 0.039 \cdot 83 = 89.24 \text{ mm} \cong 89 \text{ mm}$$

διαφοροποιείται δηλαδή, κατά 3 mm περίπου από αυτό που προέκυψε αρχικά με τη μέθοδο Thiessen.



Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Βροχοβαθμίδας

- Η υψομετρική μέθοδος ή μέθοδος της βροχοβαθμίδας βασίζεται στην παρατήρηση ότι το ύψος βροχής αυξάνει με την αύξηση του υψομέτρου και χρησιμοποιεί τη βροχοβαθμίδα που είναι όρος που περιγράφει την αύξηση του ετήσιου βροχομετρικού ύψους ανά 100 m αύξηση του υψομέτρου. Η μέθοδος χρησιμοποιεί μία απλή γραμμική σχέση που συσχετίζει τα υψόμετρα των σταθμών με το μέσο ετήσιο ύψος βροχής κάθε σταθμού και εφόσον υπάρχει ικανοποιητική συσχέτιση (συντελεστής συσχέτισης $r > r_c = 2/\sqrt{n}$), η σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση του ύψους βροχής σε οποιαδήποτε υψόμετρο (Παπαμιχαήλ, 2001)

r_c = κρίσιμη τιμή του συντελεστή συσχέτισης που εξαρτάται από τον αριθμό των σταθμών

n = αριθμός των σταθμών



Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Βροχοβαθμίδας - Παράδειγμα

- Από την εξέταση των μέσων όρων των ετήσιων βροχοπτώσεων των κοινών υδρολογικών ετών παρατηρήσεων (1961-62 μέχρι 1993-94), των πέντε βροχομετρικών σταθμών προκύπτει ότι ο σταθμός της Κλεισούρας με υψόμετρο 1250 m δέχεται τη μεγαλύτερη βροχόπτωση από τους υπόλοιπους σταθμούς, οι οποίοι και έχουν μικρότερο υψόμετρο

Βροχομετρικοί Σταθμοί	Υψόμετρο (m)	Μέση Ετήσια Βροχόπτωση (mm)
Καστοριά (ΔΕΗ)	690	591.9
Κλεισούρα	1250	875.9
Βυssινιάς	950	723.8
Μεσοποταμιά	695	622.3
Αργος Ορεστικού	650	629.6

Με τη χρήση των δεδομένων του Πίνακα βρέθηκε η σχέση μεταβολής της μέσης ετήσιας βροχόπτωσης με το υψόμετρο:

$$P = 0.4468H + 310.23 \quad R^2 = 0.97$$

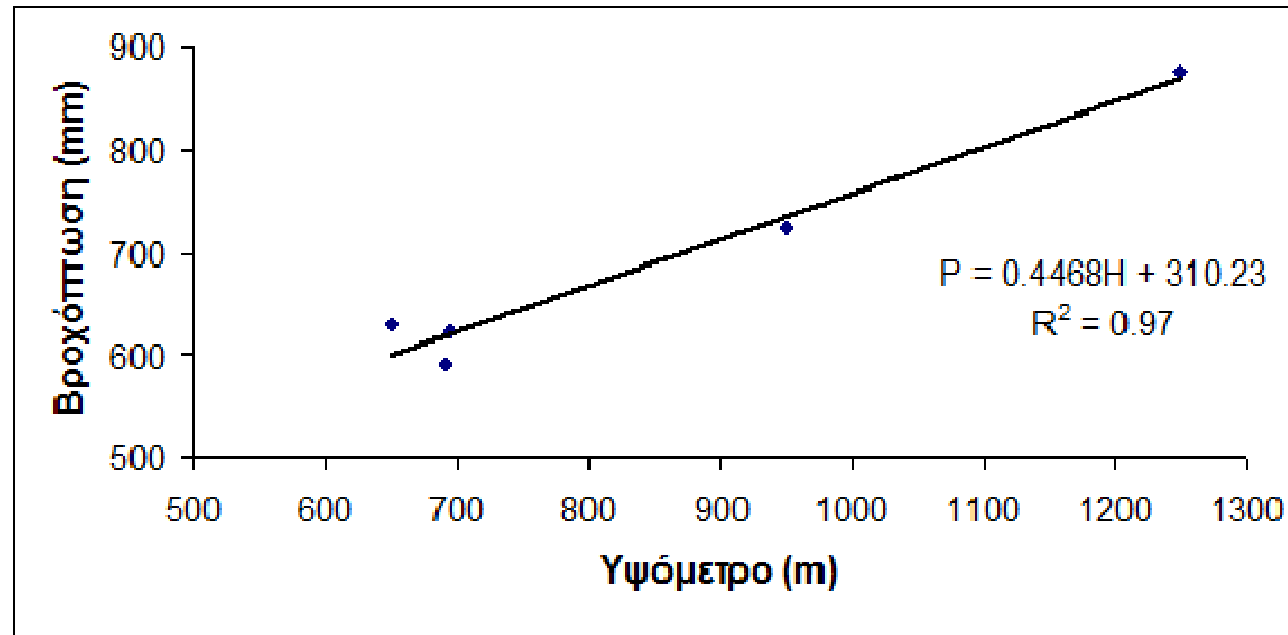
όπου: P = ετήσιο ύψος βροχής σε mm και
H = υψόμετρο του σταθμού σε m.



Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Βροχοβαθμίδας - Παράδειγμα

- $P = 0.4468H + 310.23$
- Σύμφωνα με τη Σχέση, για κάθε αύξηση του υψόμετρου κατά 100 m το ετήσιο ύψος βροχής αυξάνεται κατά 44.68 mm

Γραμμική σχέση μέσης ετήσιας βροχόπτωσης με το υψόμετρο των 5 βροχομετρικών σταθμών



Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Βροχοβαθμίδας - Παράδειγμα

- Για την εκτίμηση της μέσης βροχόπτωσης της λεκάνης απορροής χρησιμοποιούνται τα δεδομένα του σταθμού της Κλεισούρας γιατί είναι ο πιο πλησιέστερος σταθμός στην υπό μελέτη λεκάνη απορροής και το υψόμετρο του δεν διαφέρει σημαντικά από το μέσο υψόμετρο της λεκάνης απορροής του Αγίου Αθανασίου (1129 m). Η εκτίμηση των μηνιαίων υψών βροχής που αντιστοιχούν στο μέσο υψόμετρο (1129 m) της λεκάνης απορροής του Αγίου Αθανασίου, για κάθε υδρολογικό έτος, γίνεται με τις σχέσεις:

$$P_k = P_{T(k)} - \frac{121 * 44.68}{100} \quad P_i^k = \frac{P_k * P_{T(i)}^k}{P_{T(k)}}$$



Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Βροχοβαθμίδας - Παράδειγμα

$$P_k = P_{T(k)} - \frac{121 * 44.68}{100} \quad P_i^k = \frac{P_k * P_{T(i)}^k}{P_{T(k)}}$$

όπου:

$P_{T(k)}$ = ετήσιο ύψος βροχής στο σταθμό της Κλεισούρας, κατά το έτος k, σε mm,

P_k = ετήσιο ύψος βροχής στη λεκάνη του Αγίου Αθανασίου, κατά το έτος k, σε mm,

P_i^k = μηνιαίο ύψος βροχής, κατά το μήνα i και κατά το έτος k, στη λεκάνη του Αγίου Αθανασίου, σε mm,

$P_{T(i)}^k$ = μηνιαίο ύψος βροχής, κατά το μήνα i και κατά το έτος k, στο σταθμό της Κλεισούρας, σε mm,

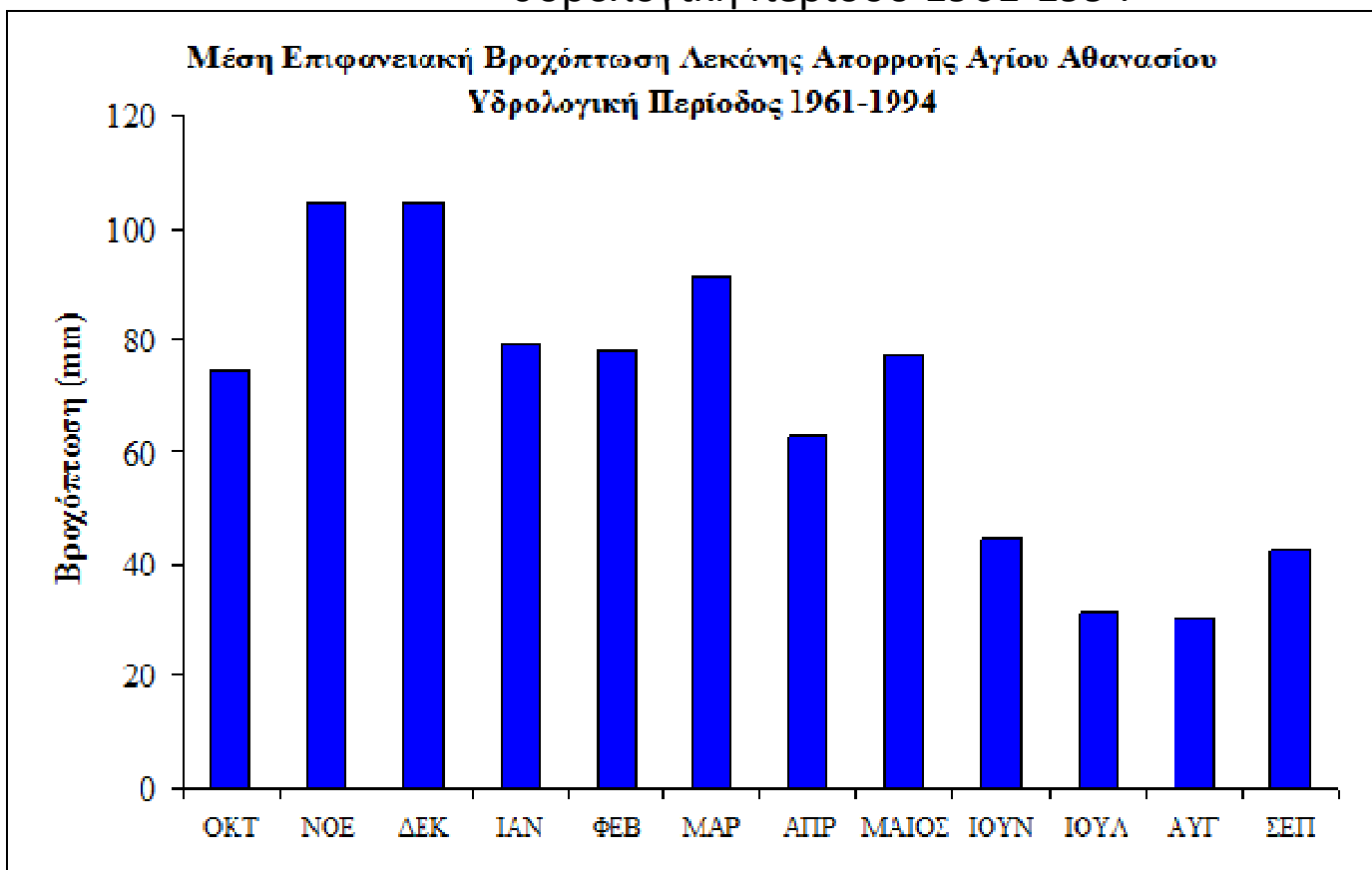
44.68 = βροχοβαθμίδα που υπολογίστηκε με τη Σχέση 3.3 και

121 = διαφορά ανάμεσα στο υψόμετρο του σταθμού της Κλεισούρας και του μέσου υψόμετρου της λεκάνης του Αγίου Αθανασίου (1250-1129 m)



Επιφανειακή Αναγωγή Σημειακών Μετρήσεων – Μέθοδος Βροχοβαθμίδας - Παράδειγμα

Μέση μηνιαία επιφανειακή βροχόπτωση της λεκάνης απορροής του Αγίου Αθανασίου που υπολογίστηκε με τη μέθοδο της βροχοβαθμίδας για την υδρολογική περίοδο 1961-1994



Βιβλιογραφία

Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος. «Τεχνική Υδρολογία», Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.

Κουτσογιάννης, Δ. «Στατιστική Υδρολογία», Έκδοση 4, 312 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1997.

Μιμίκου, Μ.Α. και Ε.Α. Μπαλτάς. «Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 5^η Έκδοση, 2012.

Παπαμιχαήλ, Δ.Μ. «Τεχνική Υδρολογία Επιφανειακών Υδάτων», Εκδόσεις Γιαχούδη-Γιαπούδη, 2001.

Τσακίρης, Γ. «Υδατικοί Πόροι Ι. Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Συμμετρία, 1995.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

